

Методика оценки показателей надежности корпуса сушильного цилиндра БДМ

М. В. Данилова¹
Н. А. Чернышук

Петрозаводский государственный университет

АННОТАЦИЯ

В статье рассматривается разработанная на основе вероятностно-статистических методов механики разрушения математическая модель оценки показателей безотказности корпусов сушильных цилиндров БДМ, позволяющая учитывать наличие технологических дефектов при их изготовлении.

Ключевые слова: сушильный цилиндр, трещиноподобный дефект, надежность, вероятность безотказной работы.

SUMMARY

This paper contains a mathematical model of an estimation of indexes of non-failure operation of cases of the drying cylinders PMM developed on the basis of probability - statistical methods of a mechanics of destruction, permitting to take into account presence of technological imperfections at their manufacture.

Keywords: drying cylinder, flaw a similar imperfection, reliability, probability of a fault-free operation.

Изготовление крупногабаритных бумагоделательных машин в ряде случаев сопровождается образованием технологических дефектов при отливке отдельных изделий. Образование дефектов в виде полостей, раковин приводит к возникновению местных напряжений. Оценка прочности такого изделия должна производиться с учетом градиента этих напряжений. Наличие отдельных участков с повышенной пористостью вызывает перераспределение напряжений в указанной области.

Создание методики оценки показателей надежности корпуса сушильного цилиндра с литейными дефектами предусматривает решение, по крайней мере, следующих двух задач. Во-первых, необходимо располагать методом расчета напряженно-деформированного состояния корпуса сушильного цилиндра, рассматривая его как единое целое. Во-вторых, требуется решать эту задачу по оценке статической и усталостной прочности изделия при наличии концентраторов напряжений в виде раковины, полостей различной пористости.

В данном случае будем рассматривать решение второй задачи. Литейный дефект типа раковины рассматривается как пространственная полость в теле изделия

(внутренний дефект) или выемка на поверхности изделия (поверхностный дефект), размеры которых малы по сравнению с характерными размерами изделия, поверхность дефекта предполагается гладкой. Напряженное состояние вне области дефекта (номинальное напряженное состояние) полагается обобщенным плоским, с заданными линейными распределениями главных компонент в направлении, нормальном к поверхности сечения изделия в зоне дефекта (рис. 1). Задачей исследования является определение напряженного состояния в области дефекта с целью оценки прочности изделия.

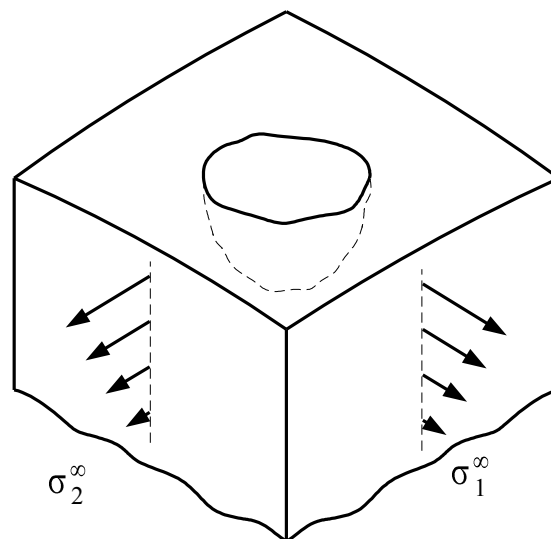


Рис. 1. Номинальное напряженное состояние вблизи дефекта

Геометрические сведения о дефекте, и особенно о внутреннем дефекте, преимущественно исчерпываются его габаритными размерами. Поэтому предполагается целесообразным принять в качестве аппроксимирующей поверхности дефекта поверхность эллипсоида (внутренний дефект) или часть ее (поверхностный дефект, рис. 2). В общем случае главные оси эллипсоида могут не совпадать с главными направлениями номинального напряженного состояния.

В данном случае мы будем рассматривать поверхностные дефекты, т. к. поверхностные дефекты опаснее внутренних.

В основу математической модели развития трещины из технологических несплошностей положено уравнение Пэриса [3]:

$$\frac{dl}{dN} = C \cdot \Delta K_I^n, \quad (1)$$

где l – длина трещины; N – число циклов; C , n – характеристики материала; ΔK_I – размах коэффициента интенсивности напряжений (КИН).

¹ Авторы – соответственно доцент и аспирант кафедры технологии металлов и ремонта
© М. В. Данилова, Н. А. Чернышук, 2003

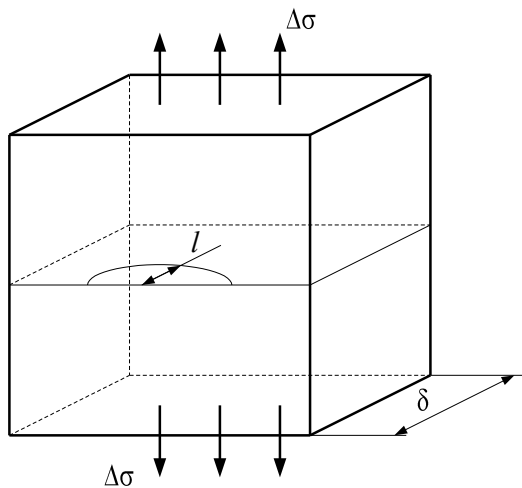


Рис. 2. Схема поверхностной полуэллиптической трещины в растягиваемой полосе

$$K_I = Y_I(l) \cdot \Delta\sigma \cdot \sqrt{\pi \cdot l}, \quad (2)$$

где $Y_I(l)$ – коэффициент, учитывающий форму детали и длину трещины; $\Delta\sigma$ – размах напряжений, действующих нормально к поверхности трещины.

В результате интегрирования уравнения Пэриса определяется число циклов распространения N_p исходной трещины до конечной длины трещины (критической длины) l_c , или продолжительность распространения трещины:

$$N_p = \int_{l_0}^{l_c} \left(\frac{dN}{dl} \right) dl, \quad (3)$$

где l_0 – длина исходной трещины или трещиноподобного дефекта.

Поскольку элементы конструкций БДМ работают в нестационарном режиме нагружения, его можно представить в виде блока $\{\Delta\sigma_i, n_i\}$, где $\Delta\sigma_i$ – размах напряжений i -го уровня, а n_i – число циклов его повторения в блоке. С учетом принципа линейного суммирования повреждений на основе выражения (3) получена зависимость:

$$N_p = \frac{n_{\delta}}{C \cdot \pi^{\frac{n}{2}} \cdot \sum_{i=1}^m n_i \cdot \Delta\sigma_i^n} \cdot \int_{l_0}^{l_c} \frac{dl}{Y_I^n(l) \cdot l^{\frac{n}{2}}}, \quad (4)$$

где n_{δ} – объем блока нагружения в циклах.

Для оценки среднего значения, дисперсии и закона распределения остаточного ресурса N_p рекомендуется использовать метод статистических испытаний. На основе зависимости (4) возможно производить расчет корпусов сушильных цилиндров и трубчатых валов БДМ.

С учетом изложенных в разделе теоретических положений при разработке моделей оценки показателей безотказности корпуса сушильного цилиндра БДМ принимались следующие допущения:

- Трещиноподобный дефект в корпусе сушильного цилиндра представляет собой поверхностную литейную раковину. Её можно моделировать полуэллиптической трещиной, как наиболее опасной с точки зрения долговечности металлоконструкции. Малая ось полуэллипса равна глубине дефекта.
- Условия эксплуатации сушильных цилиндров таковы, что напряжения и деформации в корпусе возникают от действия следующих факторов: внутреннего давления пара; неравномерности нагрева; центробежных сил; натяжения сетки (сукна); собственного веса; веса конденсата. За $\Delta\sigma_{max}$ обозначено максимальное амплитудное напряжение, обусловленное действием всех перечисленных факторов, периодичность которого T_{max} определяется профилактическими остановками БДМ. При вращении сушильного цилиндра возникает циклическая нагрузка от натяжения сетки, веса конденсата, собственного веса корпуса. Эта нагрузка обуславливает минимальное амплитудное напряжение $\Delta\sigma_{min}$ с периодом T_{min} , определяемым частотой вращения цилиндра.
- Корпус цилиндра представлен в виде бесконечной пластины с толщиной δ , равной толщине стенки корпуса цилиндра. Пластина находится в плоском напряженном состоянии под действием циклических напряжений $\Delta\sigma_{min}$ и $\Delta\sigma_{max}$.
- Трещина располагается в плоскости, перпендикулярной наибольшим растягивающим напряжениям. Она растет в направлении малой оси полуэллипса и, в конечном итоге, образуется сквозная трещина – свищ.
- Для поверхностной полуэллиптической трещины глубиной l с погрешностью менее 10% можно определить коэффициент $Y_I(l)$, учитывающий геометрическую форму элемента конструкции в уравнении (2), предложенную Ю. Мураками. Для внутренней поверхностной полуэллиптической трещины он предложил уравнения:

$$Y_I(l_i)_V = \frac{\delta}{R} \cdot \frac{R_o^2}{R_o^2 - R^2} \times \left[2 \cdot G_0 - 2 \cdot \frac{l}{R} \cdot G_1 + 3 \cdot \left[\frac{l}{R} \right]^2 \cdot G_2 - 4 \cdot \left[\frac{l}{R} \right]^3 \cdot G_3 \right], \quad (5)$$

где δ – толщина стенки цилиндра; R и R_o – наружный и внутренний радиусы цилиндра; l – глубина полуэллиптической трещины, G_i – табличный коэффициент, приведенный в табл. 9.31 и 9.32 справочника [2].

- Разрушение корпуса цилиндра носит усталостный характер.
- Отказ, т.е. нарушение работоспособного состояния, возникает при появлении сквозной трещины.
- Полагаем случайными величинами размер трещиноподобного дефекта; характеристики трещиностойкости материала конструкции; геометрические парамет-

ры детали; эксплуатационную нагруженность. Законы распределения случайных величин – характеристик трещиностойкости, действующих напряжений, толщины стенки сушильных цилиндров – предполагаем нормальными. Обоснованность такого допущения следует из центральной предельной теоремы теории вероятностей и анализа литературных источников. Средние квадратические отклонения геометрических параметров определяются согласно правилу «трех сигм» как 1/6 часть поля допуска; действующих напряжений, характеристик трещиностойкости – по литературным рекомендациям. Статистические оценки размеров трещиноподобных дефектов определяются экспериментальным путем.

Предложенная методика предполагает следующую последовательность расчета:

1. Задаются число испытаний N и другие необходимые исходные данные.
2. Методом статистических испытаний моделируется на ЭВМ по соответствующим законам распределения случайная реализация вектора начальных параметров $\{l_0, C, n, \delta, \Delta\sigma_{\max}, \Delta\sigma_{\min}\}$.
3. Рассчитывается число циклов до отказа на основе зависимости (4). В данном случае формула будет иметь следующий вид:

$$N_p = \frac{n \delta}{C \cdot \pi^2 \cdot (\Delta\sigma_{\max}^n \cdot n_{\max} + \Delta\sigma_{\min}^n \cdot n_{\min})} \times \int_{l_0}^{\delta} \frac{dl}{Y_I^n(l) \cdot l^{\frac{n}{2}}} \quad (6)$$

4. Повторяются вычисления по пунктам 2 – 3 N раз для получения выборки наработок до отказа объема N в циклах или единицах наработки $T_p^{(1)} \dots T_p^{(N)}$:

$$T_p = \frac{N_p \cdot T_0}{n \delta}, \text{ где } T_0 - \text{объем блока нагружения в}$$

единицах наработки.

5. Выборка обрабатывается методами математической статистики для получения необходимых статистических оценок: средней наработки до отказа \bar{T}_p (среднего остаточного ресурса); среднего квадратического отклонения $\sigma(T_p)$; закона распределения наработки до отказа; вероятности безотказной работы (ВБР); гамма-процентного ресурса.

Для реализации построенной математической модели оценки показателей безотказности корпуса сушильного цилиндра был создан программный алгоритм в среде пакета прикладных программ «MathCAD 7 Pro».

Использование этого пакета обусловлено тем, что в настоящее время для научно-технических расчетов на компьютерах все чаще используются не традиционные

языки программирования и не электронные таблицы, а специальные математические программы типа MathCAD, Matematica, Maple и другие. MathCAD – очень популярный пакет, позволяющий реализовывать математические модели специалистам любой научно-технической области, не вдаваясь в тонкости программирования на традиционных языках. В современный пакет MathCAD интегрирован мощный математический аппарат, позволяющий решать различного рода задачи без вызова внешних процедур.

Расчет проводился по вышеприведенной методике. Случайная величина, выражающая начальную глубину дефекта l_0 , моделируется по логнормальному распределению методом Монте-Карло с использованием встроенной функции пакета «MathCAD 7 PRO». Формат функции $\lnorm(N, \mu, S)$, где N – число реализаций, μ, S – параметры логнормального распределения.

Случайные величины, выражающие максимальное амплитудное напряжение $\Delta\sigma_{\max}$, минимальное амплитудное напряжение $\Delta\sigma_{\min}$, параметры в уравнении Пэриса n, C , толщину стенки цилиндра δ , моделируются методом Монте-Карло по нормальному закону распределения с использованием встроенной функции $norm(N, M, \sigma)$, где N – число реализаций, M, σ – параметры нормального закона распределения.

Сущность метода Монте-Карло состоит в математическом моделировании случайной величины с заданными вероятностными характеристиками и многократным вычислением исследуемого параметра по заданной аналитической модели.

Точность моделирования по методу Монте-Карло определяется, прежде всего, адекватностью аналитического выражения, описывающего реальный объект, и числом N математических опытов (статистических испытаний). Число моделирований N определяется на основе неравенства Чебышева [4]:

$$Pr \left\{ \left| \bar{m}_x - m_x \right| \leq \frac{a \cdot \sigma_x}{\sqrt{N}} \right\} \geq 1 - \frac{1}{a^2},$$

где a – положительная постоянная;

\bar{m}_x – оценка математического ожидания случайной величины x ;

m_x – моделируемый параметр, для которого \bar{m}_x является оценкой;

σ_x – среднее квадратическое отклонение моделируемой случайной величины x .

Тогда ошибка моделирования $\delta = \left| \bar{m}_x - m_x \right|$ про-

порциональна величине $1/\sqrt{N}$ и в зависимости от значения σ_x определяется число испытаний для получения заданной точности моделирования. Задавая достоверность моделирования на основании неравенства Чебышева, можно получить выражение для оценки числа моделирований:

$$N \geq \frac{\sigma_x^2 \cdot a^2}{\delta^2}.$$

Оценим число испытаний для случайной величины с наибольшим средним квадратическим отклонением $\alpha(\sigma_{max})$.

Чаше других используется достоверность $1-\alpha = 0.997$, которой отвечает $a=3$, или $1-\alpha = 0.95$, которой отвечает $a=1.96$ [5]. При решении инженерных задач обычно выбирают $\delta = 0.01-0.05$ (1 – 5% максимального отклонения значения моделируемой величины). В нашем случае выберем $\delta = 0.05$ и при среднем квадратическом отклонении $\sigma_x \leq 1$ получим:

$$N \geq \frac{\sigma_x^2 \cdot a^2}{\delta^2} = \frac{1 \cdot 1.96^2}{0.05^2} = 1536.6$$

Следовательно, с достоверностью 0.95 необходимо производить 1537 испытаний.

Далее на основании представленной зависимости (6) получена выборочная совокупность числа циклов работы сушильного цилиндра до отказа N_p объемом 1537.

Полученная выборка обрабатывалась традиционными методами математической статистики с помощью встроенных статистических функций пакета программ MathCAD.

Оценка закона распределения случайной величины, выражающей наработку до отказа, по критерию согласия Пирсона показала, что эмпирические частоты согласуются с теоретическими частотами логнормального распределения с оценками параметров распределения $\mu=5.37$, $S=1.28$ и функцией плотности распределения:

$$f(t) = \frac{1}{t \cdot S \cdot \sqrt{2 \cdot \pi}} \cdot e^{-\frac{(\ln(t)-\mu)^2}{2 \cdot S^2}} \quad (7)$$

Проверка проводилась для уровня значимости $\alpha = 0.05$ и числа степеней свободы $k=77$. Критическое значение критерия согласия составляет $\chi_{кр}^2 = 43.8$; наблюдаемое $\chi_{наб}^2 = 37.18$.

По результатам расчета оценка математического ожидания наработки до отказа составляет $\bar{N}_p = 4.83 \cdot 10^{10}$ циклов. Оценка среднего квадратического отклонения составляет $S(N_p) = 9.6 \cdot 10^{10}$ циклов. Коэффициент вариации при этом равен $v(T_p) = 1.97$.

Вероятность безотказной работы $\hat{P}(t)$ определялась как эмпирическим способом – обработкой полученной выборочной совокупности наработок до отказа с использованием зависимости (8):

$$\hat{P}(t) = 1 - \frac{n(t)}{N}, \quad (8)$$

где N – число объектов, работоспособных в начальный момент времени; $n(t)$ – число объектов, отказавших на отрезке от 0 до t , так и теоретически, путем интегрирования плотности распределения наработок до отказа (7).

В силу ответственности и повышенной опасности эксплуатации сушильных цилиндров БДМ целесообразно оценивать 90%-й ресурс этих элементов конструкций. Полагая, что усталостная долговечность определяет ресурс корпусов сушильных цилиндров, получено, что при существующей технологии изготовления 90-процентная наработка до отказа составляет 36.5 года. По техническим требованиям срок службы сушильных цилиндров исчисляется 22 годами.

Проведенные расчеты показали, что выборочная совокупность наработок до отказа имеет большой разброс значений, что свидетельствует о том, что на ресурс работы в значительной степени оказывают влияние размеры трещиноподобных дефектов, значения действующих напряжений, величина характеристик трещиностойкости материала корпуса. Следовательно, для повышения уровня надежности сушильных цилиндров необходимо обеспечить по возможности стабильность указанных факторов.

Помимо этого в результате статистической обработки выборочных данных было доказано наличие корреляционной зависимости между случайной величиной, выражающей наработку до отказа T_p , и величиной, выражающей начальный размер трещиноподобного дефекта l_o . Выборочный коэффициент корреляции составляет $r_{T_p l_o} = -0.51$.

Также найдено выборочное уравнение прямой линии среднеквадратической регрессии: наработка до отказа – размер дефекта. Параметры уравнения определялись методом наименьших квадратов.

Предварительно использовался метод выравнивания степенной функции вида $T(l_o) = a \cdot l_o^b$ логарифмированием и переход к новым переменным $T_p = \log(T_p)$, $l_o = \log(l_o)$. Найденное выборочное уравнение регрессии имеет следующий вид:

$$\log(T_p) = -2.7 \cdot \log(l_o) - 5$$

Ошибка уравнения регрессии составляет 0.11.

Полученное уравнение регрессии позволяет определять наработку до отказа в годах в зависимости от начального размера глубины литейной неоднородности корпусов сушильных цилиндров.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Данилова М. В. Разработка методов расчета и оптимального проектирования элементов конструкций бумагоделательных машин: Дис. ... канд. техн. наук. Петрозаводск, 1999.
2. Ито Ю., Мураками Ю. Справочник по коэффициентам интенсивности напряжений: В 2 т. Т. 2: Пер. с англ. / Под ред. Ю. Мураками. М.: Мир, 1990. 1016 с., ил.
3. Питухин А. В. Вероятностно-статистические методы механики разрушения и теории катастроф в инженерном проектировании. Петрозаводск: Изд-во ПетрГУ, 1998. 304 с.
4. Практикум по вероятностным методам в измерительной технике: Учеб. пособие для вузов / В. В. Алексеев, Р. В. Долидзе, Д. Д. Недосекин, Е. А. Чернявский. СПб.: Энергоатомиздат, Санкт-Петербургское отд-е, 1993. 264 с.
5. Надежность и эффективность в технике: Справочник: В 10 т. Т. 2: Математические методы в теории надежности и эффективности / Под ред. Б. В. Гнеденко. М.: Машиностроение, 1987. 280 с.