

Минимизация размеров плоского зубчатого планетарного механизма с одновенцовыми сателлитами

П. Г. Яковлев,¹
С. Н. Николаев

Петрозаводский государственный университет

АННОТАЦИЯ

В статье рассмотрена разработанная авторами методика синтеза плоского планетарного механизма с минимизацией его радиальных размеров

Ключевые слова: передаточное отношение, планетарный механизм, минимальные размеры.

SUMMARY

In the article are considered the methods of synthesis of the planetary mechanism with minimization of its radial dimensions. This methods are executed by the authors.

Keywords: gear ratio, planetary mechanism, minimization of dimension.

На рис. 1 изображена схема рассматриваемого планетарного механизма с одновенцовым сателлитом.

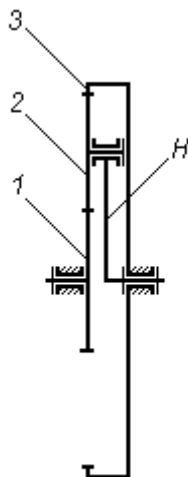


Рис. 1

Для синтеза такого механизма из условия получения заданного передаточного отношения и условия соосности числа зубьев z_1 , z_2 и z_3 колес 1, 2 и 3 определяются по формулам, полученным в работе [1]:

$$\begin{aligned} z_1 &= 2p; \\ z_2 &= (u_{1H}^{(3)} - 2)p; \\ z_3 &= 2(u_{1H}^{(3)} - 1)p, \end{aligned} \quad (1)$$

где p - произвольный положительный множитель; $u_{1H}^{(3)}$ - передаточное отношение от колеса 1 к водилу H при неподвижном колесе 3.

В указанном механизме передаточное отношение равно:

$$u_{1H}^{(3)} = 1 + \frac{z_3}{z_1}. \quad (2)$$

Поскольку $z_3 > z_1$, то теоретически возможные передаточные отношения лежат за пределами $u_{1H}^{(3)} > 2$. Чтобы рассмотреть соотношения между числами зубьев z_1 , z_2 и z_3 при различных значениях $u_{1H}^{(3)} > 2$, выразим числа зубьев всех колес в долях числа зубьев колеса 3. Для этого разделим правые части уравнений (1) на величину $2(u_{1H}^{(3)} - 1)p$. В результате получим числа зубьев колес 1, 2 и 3 по отношению их к числу зубьев на колесе 3:

$$\begin{aligned} z_{1/3} &= \frac{1}{u_{1H}^{(3)} - 1}; \\ z_{2/3} &= \frac{u_{1H}^{(3)} - 2}{2(u_{1H}^{(3)} - 1)}; \\ z_{3/3} &= 1. \end{aligned} \quad (3)$$

На рис. 2 приведена диаграмма зависимости относительных чисел зубьев $z_{1/3}$, $z_{2/3}$ и $z_{3/3}$ от величины $u_{1H}^{(3)}$. Из диаграммы видно, что $z_1 < z_2 < z_3$ в интервале $2 < u_{1H}^{(3)} < 4$, а при $u_{1H}^{(3)} = 4$ числа зубьев $z_1 = z_2 < z_3$. И, наконец, $z_1 < z_2 < z_3$ при $u_{1H}^{(3)} > 4$. Таким образом, в промежутке $2 < u_{1H}^{(3)} \leq 4$ колесом, имеющим минимальное число зубьев z_{\min} , является колесо 2, а при значениях $u_{1H}^{(3)} \geq 4$ таким колесом является колесо 1.

¹ Авторы – доценты кафедры технологий и оборудования лесного комплекса

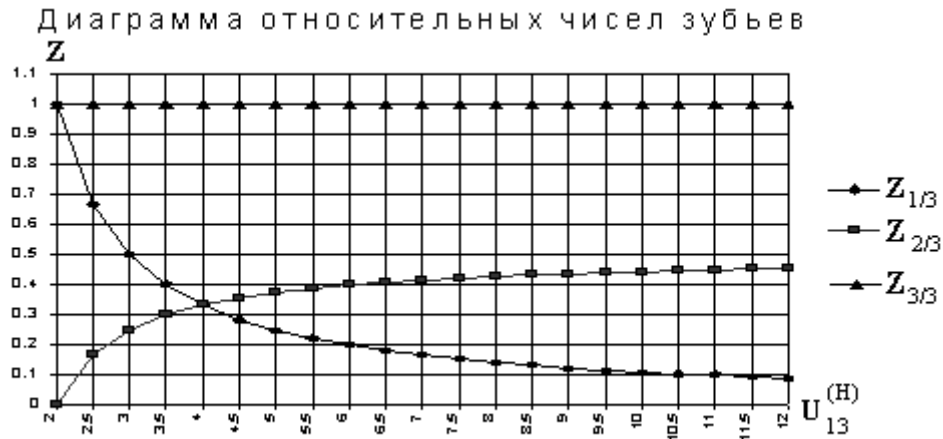


Рис. 2

Для промежутка $2 < u_{1H}^{(3)} \leq 4$ принимаем $z_2 = z_{\min}$. Тогда, разделив правые части формул (1) на $(u_{1H}^{(3)} - 2)/z_{\min}$, получим формулы для определения чисел зубьев механизма в интервале передаточных отношений $2 < u_{1H}^{(3)} \leq 4$:

$$\begin{aligned} z_1 &= \frac{2z_{\min}p}{u_{1H}^{(3)} - 2}; \\ z_2 &= z_{\min}p; \\ z_3 &= \frac{2z_{\min}(u_{1H}^{(3)} - 1)p}{u_{1H}^{(3)} - 2}. \end{aligned} \tag{4}$$

Для значений $u_{1H}^{(3)} \geq 4$ принимаем $z_{\min} = z_1$. Разделив правые части формул (1) на $2/z_{\min}$, получим

выражения для определения чисел зубьев при передаточных отношениях $u_{1H}^{(3)} \geq 4$:

$$\begin{aligned} z_1 &= z_{\min}p; \\ z_2 &= \frac{z_{\min}(u_{1H}^{(3)} - 2)p}{2}; \\ z_3 &= z_{\min}(u_{1H}^{(3)} - 1)p. \end{aligned} \tag{5}$$

Число зубьев z_{\min} необходимо принимать таким минимально возможным, чтобы в получаемом механизме отсутствовала интерференция зубьев. Для эвольвентных зубчатых колес со стандартными параметрами, нарезанных без смещения долбяка, интерференции в зацеплении не будет, если в соответствии с [2] числа зубьев колес, входящих в зацепление, отвечают требованиям, приведенным в табл. 1. В этой таблице:

Таблица 1

Внешнее зацепление		Внутреннее зацепление			
z_M	z_B	$z_{ВШ}$	$z_{ВН}$	$z_{ВШ}$	$z_{ВН}$
13	<17	17	∞	23	>41
14	<27	18	>144	24	>38
15	<48	19	>81	25	>36
16	<112	20	>60	26	>35
17 и выше	любое	21	>50	27—79	ZВШ + 8
		22	>44	80 и выше	ZВШ + 7

z_M — число зубьев на меньшем зубчатом колесе, входящем во внешнее зацепление;

z_B — число зубьев на большем зубчатом колесе, входящем во внешнее зацепление;

$z_{ВШ}$ - число зубьев на колесе с внешними зубьями, входящем во внутреннее зацепление;

$z_{ВН}$ - число зубьев на колесе с внутренними зубьями.

Расчетным путем нами установлено, что интерференция будет отсутствовать и числа зубьев проектируемого механизма, определяемые по формулам (4) и (5) при $p = 1$, будут получаться отвечающими требованиям табл. 1, если выбирать z_{\min} в соответствии с табл. 2.

Таблица 2

$u_{1H}^{(3)}$	z_{\min}
2,01...2,33	18
2,34...2,87	19
2,88...3,95	20
3,96...4,02	21
4,03...4,15	20
4,16...4,27	19
4,28...4,11	18
4,42...4,56	17
4,57...4,73	16
4,74...4,92	15
4,93...5,78	14
5,79...8,30	15
8,31...15,93	16
$\geq 15,94$	17

При подборе чисел зубьев по формулам (4) и (5) по заданному $u_{1H}^{(3)}$, при принятом целом значении z_{\min} и при $p = 1$ числа зубьев колес, как правило, получаются дробными. Их следует округлять до целых чисел. Если после округлений соблюдается условие соосности

$$z_3 - 2z_2 - z_1 = 0 \quad (6)$$

и полученное $u_{1H}^{(3)}$ отличается от заданного в допустимых пределах, то задача решена. Если же после округлений условие соосности (6) не соблюдается, то следует подобрать такую величину произвольного множителя p (близкую к единице), умножением на которую получившиеся значения z_1, z_2, z_3 , после округления их до целых чисел, обеспечат выполнение условия соосности (6). Но в этом случае полученное передаточное отношение $u_{1H}^{(3)}$ не должно отличаться от заданного больше допустимого отклонения. При подборе величины p для обеспечения соосности необходимо следить, чтобы полученные числа зубьев

колес после изменения значения p не вышли за пределы требований табл. 1.

Кроме соблюдения условий получения заданного передаточного отношения и соосности при числе сателлитов больше двух и симметричном их расположении в одной плоскости, должно выполняться условие их соседства. В любом случае должно выполняться условие сборки сателлитов. При применении стандартных зубчатых колес, нарезанных без смещения режущего инструмента с коэффициентом высоты зуба, равном единице, количество сателлитов из условия соседства для рассматриваемого механизма может быть определено по приведенной в [3] формуле:

$$K_c < \frac{\pi}{\arcsin \frac{z_2 + 2}{z_1 + z_2}}. \quad (7)$$

В случае симметричного расположения сателлитов условие соседства при наличии только двух сателлитов выполняется всегда.

Теоретически возможное число сателлитов из условия сборки для рассматриваемого механизма определяется по полученной в работе [4] формуле:

$$K_T = z_1 + z_3. \quad (8)$$

Любое целое число k , на которое K_T делится без остатка, может быть числом k собираемых сателлитов. Если сателлиты симметрично располагаются в одной плоскости, то обязательно соблюдение условия $k < K_c$.

Покажем, что в рассматриваемом механизме два сателлита всегда собираются. По условию соосности (6) следует, что $z_3 = z_1 + 2z_2$. Подставив это значение в формулу (8), получаем:

$$K_T = 2(z_1 + z_2). \quad (9)$$

Из формулы (9) следует, что K_T – число четное, т.е. делится на 2 без остатка. **Таким образом, если в проектируемом механизме предполагается установка только двух сателлитов, то производить проверку соблюдения условия сборки нет необходимости. В таком механизме два сателлита собираются всегда.** Заметим, что это доказанное здесь свойство рассматриваемого механизма в известной нам литературе не отмечается.

Пример 1. Произвести синтез механизма для осуществления передаточного отношения $u_{1H}^{(3)} = 7,23$.

Решение. Т.к. $u_{1H}^{(3)} = 7,23 > 4$, то для определения числа зубьев колес воспользуемся формулами (5), в которых в соответствии с требованиями табл. 2 примем $z_{\min} = 15$ при $p = 1$:

$$\begin{aligned} z_1 &= 15; \\ z_2 &= \frac{15(7,23 - 2)}{2} = 39,225; \\ z_3 &= 15(7,23 - 1) = 93,45. \end{aligned}$$

Округляя полученные значения до целых чисел, принимаем: $z_1 = 15$, $z_2 = 39$, $z_3 = 93$. Проверим соблюдение условия соосности (6): $93 - 2 \cdot 39 - 15 = 0$. Условие соосности соблюдается. Фактически осуществляемое передаточное отношение определяем по формуле (2):

$$u_{1H}^{(3)} = 1 + \frac{93}{15} = 7,20.$$

Отклонение полученного передаточного отношения от заданного

$$\Delta u = (7,20 - 7,23) \cdot 100 / 7,23 = -0,415\%.$$

Количество спутников из условия соседства определим по формуле (7):

$$K_c < \frac{\pi}{\arcsin \frac{39 + 2}{15 + 39}} = 3,64.$$

Таким образом, в одной плоскости можно симметрично установить 2 или 3 спутника. Проверим возможность их установки из условия сборки. Если спутники устанавливать в разных плоскостях, то можно теоретически собрать их количество, определяемое по формуле (8). При этом проекции их осей на плоскость, перпендикулярную оси вращения центральных колес, расположатся симметрично относительно последней. Итак, по формуле (8)

$$K_T = 15 + 93 = 108.$$

Поскольку 108 без остатка делится на 2 и на 3, то число симметрично собираемых спутников, расположенных в одной плоскости, можно принять $k = 2 < K_c = 3,64$ или $k = 3 < K_c = 3,64$.

Пример 2. Произвести синтез механизма для осуществления передаточного отношения $u_{1H}^{(3)} = 9,18$.

Решение. Т.к. $u_{1H}^{(3)} = 9,18 > 4$, то для определения числа зубьев колес воспользуемся формулами (5), в которых в соответствии с требованиями табл. 2 примем $z_{\min} = 16$ при $p = 1$:

$$\begin{aligned} z_1 &= 16; \\ z_2 &= \frac{16(7,23 - 2)}{2} = 57,44; \\ z_3 &= 15(7,23 - 1) = 130,88. \end{aligned}$$

Округляем полученные значения до целых: $z_1 = 16$, $z_2 = 57$, $z_3 = 131$. Проверим соблюдение условия соосности: $131 - 2 \cdot 57 - 16 = 1$. Условие соосности не соблюдается. Для обеспечения условия соосности необходимо подобрать такой множитель p , чтобы после умножения на него всех полученных чисел зубьев и округления их до целых условие соосности соблюдалось. Операция подбора нужного значения p производилась с помощью простейшего оператора "Подбор параметра" табличного процессора **Microsoft Excel**. Не останавливаясь на описании этого действия, отметим, что подобранное значение $p = 0,99495$. Умножая полученные значения чисел зубьев на этот множитель, получаем:

$$\begin{aligned} z_1 &= 16 \cdot 0,99495 = 15,9192; \\ z_2 &= 57,44 \cdot 0,99495 = 57,1499; \\ z_3 &= 130,88 \cdot 0,99495 = 130,2191. \end{aligned}$$

После округлений до целых чисел $z_1 = 16$, $z_2 = 57$, $z_3 = 130$. Условие соосности (6) $130 - 2 \cdot 57 - 16 = 0$ соблюдается. Полученные числа зубьев отвечают требованиям табл. 1. Полученное передаточное отношение

$$u_{1H}^{(3)} = 1 + \frac{130}{16} = 9,125$$

отличается от заданного на $(9,125 - 9,18) \cdot 100 / 9,18 = -0,599\%$.

Количество спутников из условия соседства определим по формуле (7):

$$K_c < \frac{\pi}{\arcsin \frac{57 + 2}{16 + 57}} = 3,34.$$

Таким образом, в одной плоскости по условию соседства можно симметрично установить 2 или 3 спутника.

та. Проверим возможность их установки из условия сборки. Если сателлиты устанавливать в разных плоскостях, то можно теоретически собрать их количество, определяемое по формуле (8). При этом проекции их осей на плоскость, перпендикулярную оси вращения центральных колес, расположатся симметрично относительно последней. Итак, по формуле (8)

$$K_T = 16 + 130 = 146.$$

Поскольку 146 делится на 2 без остатка и не делится без остатка на 3, то при установке сателлитов в одной плоскости в полученном редукторе ($u_{1H}^{(3)} = 9,125$,

$z_1 = 16$, $z_2 = 57$, $z_3 = 130$) можно собрать симметрично относительно центральной оси только 2 сателлита ($k = 2$).

Рекомендуемый для плоского планетарного механизма (редуктора) диапазон передаточных отношений ($u_{1H}^{(3)} = 4 \dots 10$ [5]. В табл. 3 приведены примеры механизмов, синтезированных по описанной методике (минимизированы по радиальным размерам) для стандартных значений передаточных отношений, входящих в указанный диапазон.

Таблица 3

Передаточное отношение		Отклонение полученного передаточного отношения от заданного (%)	Числа зубьев колес			Теоретически возможное число сателлитов		p
заданное	полученное		z_1	z_2	z_3	из условия соседства	из условия сборки	
4	4,000000	0,000000	21	21	63	5,42	84	1
4,5	2,020000	0,000000	1800	18	1836	285,57	3636	1
5	5,000000	0,000000	14	21	56	4,38	70	1
5,6	5,571429	-0,510204	14	25	64	4,11	78	1
6,3	6,266667	-0,529101	15	32	79	3,88	94	1
7,1	7,066667	-0,469484	15	38	91	3,67	106	1
8	8,000000	0,000000	15	45	105	3,49	120	1
9	9,000000	0,000000	16	56	128	3,35	144	1
10	10,000000	0,000000	16	64	144	3,24	160	1

Анализ приведенных примеров показывает, что отклонение полученного передаточного отношения от заданного значительно меньше допустимого, равного $\pm 4\%$.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Яковлев П. Г. Определение области оптимальных размеров плоского зубчатого планетарного механизма с двухвенцовыми сателлитами, входящими в одно внешнее и одно внутреннее зацепление. Петрозаводский гос. ун-т. Петрозаводск, 1998. 30 с. Деп. в ВИНТИ, № 349—В98.
2. Артоболевский С. И. Теория механизмов и машин: Учебное пособие для вузов. 3-е изд. М.: Высш. шк., 1967. 364 с.
3. Левитский Н. И. Теория механизмов и машин: Учебное пособие для вузов., перераб. и доп. М.: Наука. Гл. ред. физ.-мат. лит., 1990. 552 с.
4. Синтез плоских планетарных механизмов: Метод. указания по изучению курса «Теория механизмов и машин» / Сост. П. Г. Яковлев. Петрозаводск, 1990. 36 с.
5. Проектирование механических передач: Учебно-справочное пособие для вузов. 5-е изд. / С. А. Чернавский, Г. А. Снесарев, Б. С. Козинцов и др. М.: Машиностроение, 1984. 560 с.