

## Расчет процессов заряда и разряда в тепловом накопителе энергии (часть 1)

М. И. Куколев<sup>1</sup>  
Ю. К. Кукелев

Петрозаводский государственный университет

### АННОТАЦИЯ

В статье рассмотрен вывод безразмерных соотношений для решения уравнений теплообмена, описывающих процессы заряда и разряда теплового накопителя с ячейками в виде пластины, цилиндра и сферы.

**Ключевые слова:** тепловые накопители, безразмерные величины, решение уравнений.

### SUMMARY

This paper presents dimensionless complexes for solving of the heat transfer equations at the charge-discharge processes of cells with different geometry for heat storage systems.

**Keywords:** heat transfer, latent heat storage systems.

Тепловая подготовка лесовозных машин в холодное время года может осуществляться различными способами. Одним из перспективных, с точки зрения надежности запуска двигателя, экологичности, повышения ресурсов деталей и обеспечения комфортных условий работы водителей (операторов) в кабине, является применение теплового накопителя энергии [1].

Проектирование тепловых накопителей (ТН) энергии с фазовым переходом «твердое тело – жидкость» связано с решением сопряженной задачи. Она включает двумерную задачу Стефана для теплоаккумулирующего материала (ТАМ) и уравнение теплового баланса теплоносителя в канале. В [2] предложена приближенная оценка выходной температуры теплоносителя (разряд, плоская ячейка), основанная на допущении о квазистационарности теплового состояния накопителя.

Для решения систем уравнений, описывающих процессы теплообмена в ячейках ТН различной формы целесообразно рационально объединить физические величины в безразмерные комплексы и симплексы, число которых будет существенно меньше числа величин, из которых они состоят [3]. Безразмерные величины отражают совместное влияние совокупно-

сти физических величин на параметры ТН и могут рассматриваться как новые обобщенные переменные.

По аналогии с [4] определим приведенную толщину слоя ТАМ как отношение размерной толщины нарастающего слоя к площади границы раздела фаз  $F^*(x)$ :

$$\int_{x_1^*}^{x_2^*} \frac{dx}{F^*(x)} = f^*(x_1, x_2),$$

где  $x_1^*$ ,  $x_2^*$  – соответственно начальная и конечная координаты границы фазового перехода. Знак (\*) здесь и ниже указывает на размерную величину. Далее формулы с индексами *flat* относятся к пластине, *cyl* – к цилиндрической, *sp* – к сферической ячейкам с ТАМ.

Для пластины  $x_1^* = 0$ ;  $x_2^* = X^*$ ;

$F^*(x_1) = F^*(x_2) = F^* = const$ . Тогда

$$f_{flat}^*(x_1, x_2) = \frac{1}{F^*} \cdot \int_0^{X^*} dx = \frac{X^*}{F^*}. \quad (1)$$

Для цилиндра  $x_1^* = r_1^*$  – внутренний радиус;  
 $x_2^* = r_2^*$  – наружный радиус;

$F^*(x) = 2 \cdot \pi \cdot r^* \cdot l^*$ , где  $r^*$  – текущий радиус, а  $l^*$  – длина стенки ячейки. В этом случае

$$\begin{aligned} f_{cyl}^*(x_1, x_2) &= \int_{r_1^*}^{r_2^*} \frac{dr}{2 \cdot \pi \cdot r^* \cdot l^*} = \dots \\ &= \frac{1}{2 \cdot \pi \cdot l^*} \cdot \ln \frac{r_2^*}{r_1^*} = \dots \\ &= \frac{1}{2 \cdot \pi \cdot l^*} \cdot \ln \frac{d_2^*}{d_1^*}, \end{aligned} \quad (2)$$

где  $d_1^*$ ,  $d_2^*$  – соответственно внутренний и наружный диаметры цилиндрического слоя ТАМ.

У сферической ячейки  $x_1^* = r_1^*$ ;  $x_2^* = r_2^*$ , как и в предыдущем случае. Отличается формула текущей поверхности:  $F^*(x) = 4 \cdot \pi \cdot r^{*2}$ . Тогда

<sup>1</sup> Авторы – соответственно ведущий инженер кафедры технологии металлов и ремонта и доцент кафедры промышленной энергетики и энергосбережения

$$f_{sp}^*(x_1, x_2) = \int_{r_1^*}^{r_2^*} \frac{dr}{4 \cdot \pi \cdot r^{*2}} = \dots$$

$$= \frac{1}{4 \cdot \pi} \cdot \left( \frac{1}{r_1^*} - \frac{1}{r_2^*} \right) = \dots$$

$$= \frac{1}{4 \cdot \pi \cdot d_1^*} \cdot \left( 1 - \frac{d_1^*}{d_2^*} \right).$$

Для приведения систем уравнений, описывающих процессы теплообмена в ячейках ТН, к безразмерному виду введем комплексы и симплексы.

К комплексам отнесем соотношения, полученные из величин разной размерности – толщина слоя ТАМ  $\sigma$ , длительность процесса  $\tau$ , число теплопередачи  $N$  и скорость передвижения границы фазового перехода  $W$ .

К симплексам отнесем соотношения с одинаковой размерностью членов – коэффициент формы  $\Phi$ , температуры стенки ячейки  $\Theta_w$  и теплоносителя на выходе из ТН  $\Theta_o$ . Индексы  $w$  обозначают стенку ячейки,  $i$  – вход в ячейку ТН,  $o$  – соответственно выход из нее.

Будем понимать под безразмерной толщиной слоя ТАМ  $\sigma$  отношение термического сопротивления слоя  $(F^*(x_2) \cdot f^*(x_1, x_2) \cdot \Phi) / \lambda^*$  к термическому сопротивлению теплопередачи  $1/K^*$ , т.е.

$$\sigma = \frac{K^* \cdot F^*(x_2) \cdot f^*(x_1, x_2) \cdot \Phi}{\lambda^*}, \quad (4)$$

где  $K^*$  – коэффициент теплопередачи, Вт/(м<sup>2</sup>·К);

$F^*(x_2)$  – конечная площадь границы фазового перехода, м<sup>2</sup>;

$f^*(x_1, x_2)$  – приведенная толщина слоя ТАМ, 1/м;

$\Phi$  – безразмерный коэффициент формы;

$\lambda^*$  – теплопроводность слоя ТАМ, Вт/(м·К).

Коэффициент формы  $\Phi$  учитывает соотношение начальной и конечной площадей границы фазового перехода, зависящее от формы сечения ячейки с ТАМ:

$$\Phi = \frac{F^*(x_1)}{F^*(x_2)}, \quad (5)$$

где  $F^*(x_1)$  – начальная площадь границы фазового перехода, м. Подставляя в (5) выражения для площадей поверхности пластины, цилиндра и шара, получаем соответственно:

$$\Phi_{flat} = 1;$$

$$\Phi_{cyl} = \Phi_{sp} = \frac{d_1^*}{d_2^*},$$

где  $d_1^*$  – начальный диаметр границы фазового перехода, а  $d_2^*$  – конечный.

Тогда в соответствии с полученными выражениями для приведенных толщин слоя ТАМ рассматриваемых форм ячеек ТН для заряда можно записать:

$$\sigma_{c,flat} = \frac{K_c^* \cdot X_c^*}{\lambda_l^*}, \quad (6.1)$$

$$\sigma_{c,cyl} = \frac{K_c^* \cdot d_{c,1}^*}{2 \cdot \lambda_l^*} \cdot \ln \frac{d_{c,2}^*}{d_{c,1}^*}, \quad (6.2)$$

$$\sigma_{c,sp} = \frac{K_c^* \cdot d_{c,1}^*}{2 \cdot \lambda_l^*} \cdot \left( 1 - \frac{d_{c,1}^*}{d_{c,2}^*} \right). \quad (6.3)$$

В свою очередь для разряда:

$$\sigma_{d,flat} = \frac{K_d^* \cdot X_d^*}{\lambda_s^*}, \quad (7.1)$$

$$\sigma_{d,cyl} = \frac{K_d^* \cdot d_{d,1}^*}{2 \cdot \lambda_s^*} \cdot \ln \frac{d_{d,2}^*}{d_{d,1}^*}, \quad (7.2)$$

$$\sigma_{d,sp} = \frac{K_d^* \cdot d_{d,1}^*}{2 \cdot \lambda_s^*} \cdot \left( 1 - \frac{d_{d,1}^*}{d_{d,2}^*} \right). \quad (7.3)$$

В формулах (1)-(7.3) использованы обозначение толщины слоя ТАМ –  $X^*$ , м, и нижние индексы:  $c$  – процесс заряда;  $d$  – процесс разряда;  $l$  – расплав;  $s$  – твердая фаза.

Аналогично [5] вводим безразмерную длительность процесса  $\tau$ :

$$\tau = \frac{t^* \cdot K^{*2} \cdot \Delta T^*}{\lambda^* \cdot \rho^* \cdot L^*}, \quad (8)$$

где  $t^*$  – длительность процесса, с;

$\Delta T^*$  – перепад между температурой плавления ТАМ и температурой на входе в ТН, К;

$\rho^*$  – плотность слоя ТАМ, кг/м<sup>3</sup>;

$L^*$  – скрытая удельная теплота фазового перехода, Дж/кг. Из (8) получаем для заряда:

$$\tau_c = \frac{t_c^* \cdot K_c^{*2} \cdot (T_{c,i}^* - T_m^*)}{\lambda_l^* \cdot \rho_l^* \cdot L^*} \quad (8.1)$$

и разряда:

$$\tau_d = \frac{t_d^* \cdot K_d^{*2} \cdot (T_m^* - T_{d,i}^*)}{\lambda_s^* \cdot \rho_s^* \cdot L^*} \quad (8.2)$$

Индексы  $m$  относятся к границе фазового перехода.

Отношение безразмерных толщин слоя  $\sigma$  к длительности процесса  $\tau$  является безразмерной скоростью передвижения границы фазового перехода  $w$  [6]:

$$w = \frac{\sigma}{\tau} \quad (9)$$

Подставив (4) и (8) в (9), получаем:

$$w = \frac{F^*(x_2) \cdot f^*(x_1, x_2) \cdot \Phi \cdot \rho^* \cdot L^*}{t^* \cdot K^* \cdot \Delta T_i^*}$$

Первая дробь имеет размерность (м/с) и является отношением толщины нарастающего слоя ТАМ к длительности процесса, т.е. скоростью передвижения границы фазового перехода  $w^*$ . Таким образом:

$$w_c = w_c^* \cdot \frac{\rho_l^* \cdot L^*}{K_c^* \cdot (T_{c,i}^* - T_m^*)} \quad (10.1)$$

и

$$w_d = w_d^* \cdot \frac{\rho_s^* \cdot L^*}{K_d^* \cdot (T_m^* - T_{d,i}^*)} \quad (10.2)$$

Безразмерное число теплопередачи  $N$  [5] характеризует теплообменную способность ТН. Чем выше значение  $N$ , тем ближе ТН к термодинамическому пределу.

$$N = \frac{K^* \cdot F^*(x_1)}{m^* \cdot c_p^*} \quad (11)$$

где  $m^*$  – секундный массовый расход теплоносителя в канале, кг/с;

$c_p^*$  – удельная массовая теплоемкость теплоносителя в канале, Дж/(кг·К). Подставляя в (11)

выражения для начальных площадей границы фазового перехода рассматриваемых конфигураций ячеек, получаем для заряда:

$$N_{c,flat} = \frac{K_c^* \cdot b^* \cdot l^*}{m_c^* \cdot c_p^*} \quad (12.1)$$

$$N_{c,cyl} = \frac{K_c^* \cdot \pi^* \cdot d_{c,1}^* \cdot l^*}{m_c^* \cdot c_p^*} \quad (12.2)$$

$$N_{c,sp} = \frac{K_c^* \cdot \pi^* \cdot d_{c,1}^{*2}}{m_c^* \cdot c_p^*} \quad (12.3)$$

и разряда:

$$N_{d,flat} = \frac{K_d^* \cdot b^* \cdot l^*}{m_d^* \cdot c_p^*} \quad (13.1)$$

$$N_{d,cyl} = \frac{K_d^* \cdot \pi^* \cdot d_{d,1}^* \cdot l^*}{m_d^* \cdot c_p^*} \quad (13.2)$$

$$N_{d,sp} = \frac{K_d^* \cdot \pi^* \cdot d_{d,1}^{*2}}{m_d^* \cdot c_p^*} \quad (13.3)$$

В формулах (12.1)-(13.3) использованы обозначения:

$b^*$  – ширина канала с теплоносителем, равная ширине плоской ячейки ТН, м;  $l^*$  – длина канала с теплоносителем, равная длине плоской или цилиндрической ячейки ТН, м.

Для температур стенки ячейки с ТАМ и теплоносителя на выходе из канала ТН введем безразмерные переменные:

$$\Theta_w = \frac{\Delta T_w^*}{\Delta T_i^*} \quad (14)$$

$$\Theta_o = \frac{\Delta T_o^*}{\Delta T_i^*} \quad (15)$$

где  $\Delta T_w^*$  – перепад между температурой плавления ТАМ и температурой стенки ячейки ТН, К;

$\Delta T_o^*$  – перепад между температурой плавления ТАМ и температурой теплоносителя в канале на выходе из ТН, К. Тогда для заряда можно записать:

$$\Theta_{c,w} = \frac{T_{c,w}^* - T_m^*}{T_{c,i}^* - T_m^*} \quad (16.1)$$

$$\Theta_{c,o} = \frac{T_{c,o}^* - T_m^*}{T_{c,i}^* - T_m^*} \quad (16.2)$$

Аналогично для разряда:

$$\Theta_{d,w} = \frac{T_m^* - T_{d,w}^*}{T_m^* - T_{d,i}^*}, \quad (17.1)$$

$$\Theta_{d,o} = \frac{T_m^* - T_{d,o}^*}{T_m^* - T_{d,i}^*}. \quad (17.2)$$

Отметим, что при проектировании ТН может быть определена изначально по исходным данным лишь часть введенных соотношений. Обычно заданы ТАМ с его теплофизическими свойствами, температуры на входе в ТН при заряде и разряде, коэффициенты теплопередачи, длительность процессов, геометрия канала теплоносителя и ячейки ТАМ, а также свойства теплоносителя в канале и его секундные массовые расходы для каждого процесса. В этом случае изначально можно определить безразмерные длительность процесса  $\tau$  и число теплопередачи  $N$ . Безразмерные толщина слоя ТАМ  $\sigma$  и скорость передвижения границы фазового перехода  $W$  могут быть определены через  $\tau$  и  $N$ , но, учитывая зависимость  $\sigma = f(W, \tau)$ , представляется целесообразным при записи систем уравнений в безразмерном виде и их решении искать сначала зависимость  $W = f(N, \tau)$ , а затем  $\Theta_w = f(N, \tau, W)$  и  $\Theta_o = f(N, \tau, W)$ . Введенные безразмерные величины позволяют аналитически (с точностью принятых допущений) решить сопряженную задачу для различных конструктивных форм ячеек ТАМ ТН и определяющих процессов теплообмена в них [6].

Раскрытию данного вопроса будет посвящена вторая часть статьи в следующем сборнике.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Кукелев Ю. К., Куколев М. И. Тепловая подготовка лесовозных машин с помощью аккумуляторов тепла // Проблемы развития лесного комплекса Карелии: Тез. докл. республик. науч.-практ. конф. / КарНИИЛП. Петрозаводск, 1996. С. 24-25.
2. Токарь Б. З., Быковцов Ю. С., Котенко Э. В. Приближенный расчет температуры теплоносителя на выходе из фазопереходного аккумулятора теплоты (режим разрядки) // Труды Второй российской национальной конференции по теплообмену: Теплопроводность, теплоизоляция. Т. 7. М.: Изд-во МЭИ, 1998. С. 217-220.
3. Теория тепломассообмена: Учебник для технических университетов и вузов / С. И. Исаев, И. А. Кожин, В. И. Кофанов и др.; Под ред. А. И. Лентьева. 2-е изд, испр. и доп. М.: Изд-во МГТУ им. Н. Э. Баумана, 1997. 683 с.
4. Телегин А. С., Швыдкий В. С., Ярошенко Ю. Г. Тепломассоперенос: Учебник для вузов. М.: Металлургия, 1995. 400 с.
5. Лусия М. де, Бежан А. Термодинамика процесса аккумуляции энергии при плавлении в режиме теплопроводности или естественной конвекции // Современное машиностроение. Сер. А. 1990. № 11. С. 111-117.
6. Kukolev M. I., Kukelev Yu. K., Lutsenko L. A. Analytical Equations for the Design of Heat Storage Systems // Proc. of CSME Forum'98: Toronto, Canada, 1998. V. 1. P. 584-588.