

Методы синтеза и анализа дискретных конечных автоматов

Л. А. Нестеров¹

Петрозаводский государственный университет

АННОТАЦИЯ

Изучение дискретных конечных автоматов, как и других систем автоматики, включает две задачи – синтез и анализ автоматов. Обе задачи являются важными как с теоретической точки зрения, так и с практической.

Ключевые слова: автомат, синтез, анализ, конъюнкция, дизъюнкция.

SUMMARY

The study of discrete automatons as well as other systems of automatics includes two problems - synthesizing and analysis of automatons. Both problems are important both from the theoretical point of view and for practice.

Keywords: automaton, synthesizing, analysis, conjunction, disjunction.

Дискретные конечные автоматы представляют собой широкий класс устройств различных сложности и назначения – от сложнейших ЭВМ до простейших релейных устройств типа пусковой кнопки. Разная сложность логических устройств предопределяет и соответствующую теоретическую основу их синтеза и анализа.

СИНТЕЗ КОНЕЧНЫХ АВТОМАТОВ

Задача синтеза дискретных конечных автоматов сводится к их построению по заданному поведению вход-выход и включает несколько этапов.

На первом этапе, называемом *архитектурным* или *блочным синтезом*, автомат разбивается на отдельные блоки с определением их входов и выходов, связей между самими блоками и внешней средой в различных режимах работы автомата, задач, решаемых блоками, и общего плана обмена информацией между ними. При этом задача синтеза сложного автомата сводится к синтезу более простых его составных частей (блоков). На этом этапе решают один из основных вопросов синтеза многотактных автоматов: определяют, можно ли создать автомат с конечным числом входов, выходов и внутренних состояний, который выполнял бы поставленные задачи.

Второй этап, называемый *логическим синтезом*, состоит из двух подэтапов: абстрактного и структурного синтеза.

При *абстрактном синтезе* рассматривают все вопросы: от словесного описания условий работы автомата до построения таблиц состояний (переходов и выходов). Здесь определяют объем памяти каждого блока и автомата в целом, при этом автомат рассматривают как устройство, состоящее из комбинационной части и памяти. Полученная таблица состояний (переходов и выходов) позволяет перейти к решению задач следующего подэтапа.

При *структурном синтезе* рассматриваются вопросы, связанные со структурой автомата, т. е. совокупности его элементов и связей между ними. На этом этапе устанавливают соответствие между внутренними состояниями автомата и состоянием его элементов памяти, число которых было установлено на этапе абстрактного синтеза. Эта задача называется кодированием внутренних состояний автомата. Кодирование автомата позволяет перейти к построению его структуры, поскольку в этом случае появляется возможность перейти от синтеза дискретного автомата с памятью к синтезу его комбинационного эквивалента (однотактного автомата), когда применим весь математический аппарат алгебры логики.

На заключительном этапе решают вопросы технических и технологических разработок.

Разделение процесса синтеза автоматов на этапы является условным, так как, например, при синтезе простого автомата этап блочного синтеза не нужен, а при синтезе сложного автомата возможно неоднократное возвращение к этому этапу. Наиболее сложным является этап логического синтеза автомата, который практически сводится к получению структурных формул и разработке функциональных схем, неотделимой частью которых является логический элемент.

АНАЛИЗ КОНЕЧНЫХ АВТОМАТОВ

Обратной задачей синтеза является задача *анализа* дискретных конечных автоматов. При анализе по заданному автомату определяют взаимодействия, осуществляемые им, т. е. последовательности выходных переменных логического устройства при подаче на его вход в тактовые моменты некоторых последовательностей входных переменных.

В процессе эксплуатации систем управления приходится выполнять *структурный анализ* логических устройств (автоматов), под которым понимают определение их функциональных свойств по схеме. Иногда исследуют схемы для поиска неисправностей.

Анализ предусматривает получение структурных формул для каждого выхода дискретного автомата. Для релейно-контактных схем, например, параллельно-последовательных (класс П), структурная формула может быть записана по структуре автомата.

Анализ схем на бесконтактных логических элементах сводится к получению формул путем последователь-

¹ Автор – доцент кафедры теплотехники и энергообеспечения

ной подстановки, при этом вводятся промежуточные переменные. Практически поступают следующим образом. Определив все входы и выходы логического устройства, записывают логические функции, начиная от исполнительных элементов, и путем подстановки выходов предыдущих элементов на вход последующих (на основании принципа суперпозиции) движутся к входам данного дискретного автомата.

Пример 1. Построить дискретный конечный автомат, работа которого определена технологическими условиями, записанными в виде таблицы состояний вход-выход (табл. 1).

Таблица 1

Таблица состояний

N п/п	Входы			Выходы	
	x_1	x_2	x_3	A_1	A_2
0	0	0	0	1	1
1	0	0	1	1	1
2	0	1	0	1	0
3	0	1	1	1	0
4	1	0	0	0	1
5	1	0	1	0	1
6	1	1	0	1	1
7	1	1	1	0	0

Логическое устройство, работа которого представлена в виде такой таблицы, является одноканальным и синтез его сводится к записи логических функций, которые оно должно реализовать. Число логических функций равно числу выходов дискретного конечного автомата.

По заданной таблице состояний запишем логическую функцию в СДНФ. Из таблицы видно, что логическая функция имеет значение единицы на пяти наборах входных переменных:

- для A_1 с номерами 0, 1, 2, 3 и 6;
- для A_2 с номерами 0, 1, 4, 5 и 6.

Это означает, что их СДНФ будет иметь 5 конститuent единиц, т. е.

$$A_1 = \bar{x}_1\bar{x}_2\bar{x}_3 + \bar{x}_1\bar{x}_2x_3 + \bar{x}_1x_2\bar{x}_3 + \bar{x}_1x_2x_3 + x_1x_2\bar{x}_3,$$

$$A_2 = \bar{x}_1\bar{x}_2\bar{x}_3 + \bar{x}_1\bar{x}_2x_3 + x_1\bar{x}_2\bar{x}_3 + x_1\bar{x}_2x_3 + x_1x_2\bar{x}_3.$$

Следующий этап синтеза дискретного конечного автомата сводится к минимизации полученных логических функций. В нашем примере используем метод непосредственных преобразований.

Из выражения для A_1 видно, что имеются три пары соседних конъюнкций:

$$(\bar{x}_1\bar{x}_2\bar{x}_3, \bar{x}_1\bar{x}_2x_3), (\bar{x}_1x_2\bar{x}_3, \bar{x}_1x_2x_3),$$

$$(\bar{x}_1x_2\bar{x}_3, x_1x_2\bar{x}_3).$$

Применяя к ним правило полного склеивания, получим импликанты:

$$\bar{x}_1\bar{x}_2, \bar{x}_1x_2, x_2\bar{x}_3.$$

Дизъюнкция их дает сокращенную ДНФ:

$$A_1 = \bar{x}_1\bar{x}_2 + \bar{x}_1x_2 + x_2\bar{x}_3.$$

К этому выражению опять применяем правило полного склеивания и получим тупиковую форму логической функции, которая будет минимальной:

$$A_1 = \bar{x}_1 + x_2\bar{x}_3.$$

Аналогично минимизируем логическую функцию

$$A_2 = \bar{x}_2 + x_1\bar{x}_3.$$

Таким образом, логическая функция, описывающая работу дискретного автомата, будет иметь вид:

$$A = A_1 + A_2 =$$

$$= (\bar{x}_1 + x_2\bar{x}_3)A_1 + (\bar{x}_2 + x_1\bar{x}_3)A_2.$$

Техническая реализация этой функции на логических элементах ИЛИ-НЕ приведена на рис. 1.

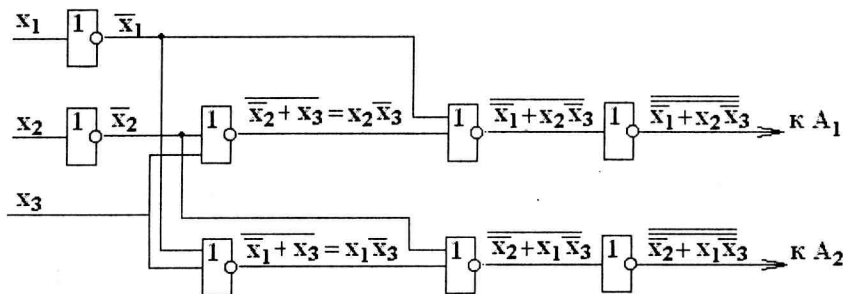


Рис. 1. Схема дискретного автомата

Пример 2. Построить дискретный конечный автомат для управления исполнительным механизмом с помощью двух датчиков. При воздействии на первый датчик x_1 исполнительный механизм A включается и работает после прекращения воздействия на датчик x_1 . Остановка механизма происходит при срабатывании датчика x_2 .

Представим эту последовательность изменения входных и выходных элементов в виде таблицы (табл. 2).

Таблица 2

Таблицы включений

а

Элемент	Состояние элементов в тактах				
	0	1	2	3	4
x_1	0	1	0	0	0
x_2	0	0	0	1	0
A	0	1	1	0	0

б

Элемент	Состояние элементов в тактах						
	0	1	2	3	4	5	6
x_1	0	1	1	0	0	0	0
x_2	0	0	0	0	1	1	0
y	0	0	1	1	1	0	0
A	0	1	1	1	0	0	0
Y	0	1	1	1	0	0	0

Из анализа таблицы (см. табл. 2а) следует, что в тактах 0, 2 и 4 при одинаковых x_1 и x_2 значения A разные, чего быть не должно. Чтобы устранить это противоречие, необходимо ввести промежуточный элемент (элемент памяти) и перейти к таблице 2б.

Из этой таблицы следует, что число тактов увеличилось. Это увеличение произошло потому, что введенный элемент Y обладает свойством включения и отключения с замедлением на один такт. После получения реализуемой таблицы включений осуществляется переход от табличной формы представления дискретного автомата к математической. Вначале выбирают форму записи в зависимости от числа нулей и единиц в таблице, соответствующих функци-

ям A и Y . Запись ведется в СДНФ, если в таблице включений оказалось меньше единиц, и в СКНФ, если меньше нулей.

Для рассматриваемого примера воспользуемся СДНФ:

$$\begin{aligned} A &= x_1 \bar{x}_2 \bar{y} + x_1 \bar{x}_2 y + \bar{x}_1 \bar{x}_2 y = \\ &= x_2 (x_1 \bar{y} + x_1 y + \bar{x}_1 y) = \\ &= \bar{x}_2 (x_1 (\bar{y} + y) + \bar{x}_1 y) = \bar{x}_2 (x_1 + \bar{x}_1 y) = \\ &= \bar{x}_2 (x_1 + y). \end{aligned}$$

На основе таблицы включений получим такое выражение:

$$Y = A = \bar{x}_2 (x_1 + y).$$

Переход логической функции к схемному изображению производится по тем же правилам, что и при построении схем, в которых последовательность работы не оказывала влияние на результат. Для рассматриваемого примера реализация функций A и Y с помощью релейно-контактных элементов будет представлять схему, в которой размыкающий контакт \bar{x}_2 последовательно соединен с параллельно замыкающими контактами x_1 и y . При $A=Y$ обычно построение ведется только для Y . Элемент, реализующий Y , не только является элементом памяти, но и выполняет роль исполнительного.

ЛИТЕРАТУРА

1. Власенко А. А., Стражмейстер В. А. Судовая электроавтоматика. М.: Транспорт, 1983. 367 с.
2. Минскер Э. И., Сушев М. И. Разработка релейно-контактных схем управления производственными механизмами. М.: Энергия, 1972. 134 с.
3. Синтез релейных схем управления производственными механизмами: Методические указания / Сост. Л. А. Нестеров. Петрозаводск, 1985. 36 с.