

Обработка результатов ресурсных испытаний при малом числе объектов

А. В. Питухин¹
В. Н. Шиловский
Н. И. Серебрянский

Петрозаводский государственный университет

В статье излагается методика вывода закона распределения наработки изделий и расчета показателей долговечности при обработке результатов ресурсных испытаний в случае незавершенных наблюдений или законченных, но при малом числе объектов, когда классический метод определения закона распределения опытных данных не применим. В отличие от последовательности расчета, изложенной в статье [1], результаты обработки первичной информации по предлагаемой методике представлены в виде функции распределения $F(L)$, в основу расчета которой положен аналитический метод Джонсона, с измененным применительно к машинному счету математическим аппаратом. Рассматриваются закон нормального распределения, логарифмически нормальный закон и распределение Вейбулла.

Ключевые слова: ресурсные испытания, функция распределения, показатели долговечности, объект испытаний.

ВВЕДЕНИЕ

Если при проведении ресурсных испытаний число объектов наблюдения мало или испытания остаются незавершенными, по данным таких наблюдений невозможно построить полигон распределения наработки изделий с ресурсным отказом, по его виду выдвинуть гипотезу о принадлежности опытных данных к тому или иному вероятностному закону распределения и с помощью критериев статистической оценки гипотез принять одну из них. В излагаемой методике в таких случаях рассчитывается опытная функция распределения наработки объектов, затем, используя уравнения линейной регрессии соответствующих признаков при каждом вероятностном законе [1], определяются оценки параметров законов распределения и параметров долговечности. Принимается закон распределения, при котором линейный коэффициент корреляции имеет наибольшее значение.

При обработке результатов незавершенных наблюдений учитывается наработка и приостановленных объектов путем определения условного номера изделия с ресурсным отказом в общей выборке поставленных на испытание объектов.

¹ Авторы - соответственно профессор и доценты кафедры технологии металлов и ремонта

© А. В. Питухин, В. Н. Шиловский, Н. И. Серебрянский, 1999

ПОРЯДОК РАСЧЕТА

При расчете опытной (эмпирической) функции распределения вначале строится общий безинтервальный вариационный ряд имеющих ресурсный отказ и приостановленных изделий в порядке возрастания наработки и строится вариационный ряд только изделий с ресурсным отказом. В случае законченных испытаний вариационный ряд один.

Опытная функция распределения рассчитывается по формуле

$$F(L_i) = \frac{1}{N} \cdot \sum_{j=1}^i \frac{N+1-N \cdot F(L_{i-1})}{N+2-(K_i)j}, \quad (1)$$

где i - порядковый номер изделия в вариационном ряду только объектов с ресурсным отказом, $i = 1, 2, 3, \dots, M$;

K_i - порядковый номер i -го объекта с ресурсным отказом в общем вариационном ряду. При законченных испытаниях K и i имеют одинаковые значения;

L_i - наработка i -го объекта с ресурсным отказом;

N - общее число объектов, поставленных на испытание;

M - число объектов, имеющих к моменту анализа ресурсный отказ. При законченных испытаниях $M = N$.

При предположении справедливости гипотезы о принадлежности опытных данных к нормальному закону точечные оценки параметров распределения и оценки ресурсных показателей определяются по следующим формулам:

$$L_{cp} = \frac{\sum U \cdot \sum L^2 - \sum (U \cdot L) \cdot \sum L}{M \cdot \sum (U \cdot L) - \sum U \cdot \sum L}, \quad (2)$$

$$\sigma_L = \frac{M \cdot \sum L^2 - (\sum L)^2}{M \cdot \sum (U \cdot L) - \sum U \cdot \sum L}, \quad (3)$$

$$L_{80\%} = L_{cp} - 0,842\sigma_L, \quad (4)$$

$$L_{90\%} = L_{cp} - 1,282\sigma_L, \quad (5)$$

$$V = \frac{\sigma_L}{L_{cp}}, \quad (6)$$

где L_{cp} - точечная оценка среднего ресурса;

σ_L - точечная оценка среднего квадратического отклонения среднего ресурса;

$L_{80\%}$ - точечная оценка 80%-го ресурса;
 $L_{90\%}$ - точечная оценка 90%-го ресурса;
 V - точечная оценка коэффициента вариации;
 U - квантили функции нормального распределения, соответствующие значениям опытной функции $F(L)$.

Оценка линейного коэффициента корреляции рассчитывается по формуле

$$r_H = \frac{(U \cdot L)_{cp} - U_{cp} \cdot L_{cp}}{\sigma_U \cdot \sigma_L}, \quad (7)$$

где

$$(U \cdot L)_{cp} = \frac{\sum_{i=1}^M U_i \cdot L_i}{M}, \quad U_{cp} = \frac{\sum_{i=1}^M U_i}{M},$$

$$L_{cp} = \frac{\sum_{i=1}^M L_i}{M}, \quad (8)$$

$$\sigma_U = \sqrt{\frac{1}{M-1} \cdot \sum_{i=1}^M (U_i - U_{cp})^2},$$

$$\sigma_L = \sqrt{\frac{1}{M-1} \cdot \sum_{i=1}^M (L_i - L_{cp})^2}. \quad (9)$$

При предположении справедливости гипотезы о принадлежности опытных данных к логарифмически нормальному распределению применяются следующие формулы:

$$\lg L_{cp} = \frac{\sum U \cdot \sum (\lg L)^2 - \sum (U \cdot \lg L) \cdot \sum \lg L}{M \cdot \sum (U \cdot \lg L) - \sum U \cdot \sum \lg L}, \quad (10)$$

$$\lg \sigma_L = \frac{M \cdot \sum (\lg L)^2 - (\sum \lg L)^2}{M \cdot \sum (U \cdot \lg L) - \sum U \cdot \sum \lg L}, \quad (11)$$

$$r_{л.н.} = \frac{(U \cdot \lg L)_{cp} - U_{cp} \cdot (\lg L)_{cp}}{\sigma_U \cdot \sigma_{\lg L}}. \quad (12)$$

При предположении справедливости гипотезы о принадлежности опытных данных к распределению Вейбулла

используется уравнение линейной регрессии вида

$$\lg(-\ln(1-F(L))) = b \cdot \lg L - b \cdot \lg a, \quad (13)$$

где a - параметр масштаба;

b - параметр формы распределения Вейбулла.

Обозначив $Y_B = \lg(-\ln(1-F(L)))$,

получим

$$Y_B = b \cdot \lg L - b \cdot \lg a. \quad (14)$$

Оценки параметров распределения определяются по формулам

$$b = \frac{M \cdot \sum (\lg L \cdot Y_B) - \sum \lg L \cdot \sum Y_B}{M \cdot \sum (\lg L)^2 - (\sum \lg L)^2}, \quad (15)$$

$$\lg a = - \frac{\sum Y_B \cdot \sum (\lg L)^2 - \sum (\lg L \cdot Y_B) \cdot \sum \lg L}{M \cdot \sum (\lg L \cdot Y_B) - \sum \lg L \cdot \sum Y_B}. \quad (16)$$

По оценкам параметров распределения рассчитываются точечные оценки показателей долговечности.

$$L_{cp} = a \cdot \Gamma\left(1 + \frac{1}{b}\right), \quad (17)$$

$$\sigma_L^2 = a^2 \cdot \left\{ \Gamma\left(1 + \frac{2}{n}\right) - \left[\Gamma\left(1 + \frac{1}{n}\right) \right]^2 \right\}, \quad (18)$$

где Γ - символ гамма-функции Эйлера.

$$\lg L_{80\%} = \lg a - \frac{0,651}{b}, \quad (19)$$

$$\lg L_{90\%} = \lg a - \frac{0,977}{b}. \quad (20)$$

При немашинном счете оценки показателей долговечности определяются с помощью коэффициентов распределения Вейбулла, выбираемых по таблице по значению параметра b .

$$L_{cp} = a \cdot K_V; \quad \sigma_L = L_{cp} \cdot V, \quad (21)$$

где V - коэффициент вариации;

K_V - коэффициент распределения.

Оценка линейного коэффициента корреляции при распределении Вейбулла рассчитывается по формуле

$$r_B = \frac{(\lg L \cdot Y_B)_{cp} - (\lg L)_{cp} \cdot (Y_B)_{cp}}{\sigma_{\lg L} \cdot \sigma_{Y_B}} \quad (22)$$

В формулах (12) и (22) $(U \cdot \lg L)_{cp}$, $(\lg L)_{cp}$, $(\lg L \cdot Y_B)_{cp}$ и $(Y_B)_{cp}$ рассчитываются по формулам, аналогичным выражениям (8), а $\sigma_{\lg L}$ и σ_{Y_B} - аналогично выражениям (9).

Интервал разброса среднего результата ресурса рассчитывается по выражению

$$\delta = \frac{\sigma_L}{\sqrt{M}} \cdot t(P_\partial M - 1), \quad (23)$$

где t - квантиль функции Стюдента, выбираемый по значению доверительной вероятности P_∂ и числу объектов испытаний.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Все расчеты, приведенные в статье, выполняются на компьютере. На кафедре технологии металлов и ремонта имеется программа счета, выходными величинами которой являются параметры нормального, логнормального и распределений Вейбулла, точечные и интервальные оценки показателей долговечности.

ЛИТЕРАТУРА

1. Питухин А. В., Шиловский В. Н., Серебрянский Н. И. Расчет на ЭВМ показателей долговечности лесных машин по результатам их незавершенных испытаний // Тр. лесоинженерного факультета ПетрГУ. Вып. 1. Петрозаводск, 1996.
2. Методические указания для определения показателей долговечности изделий по результатам незавершенных испытаний или наблюдений. М: ОНТИ-НАТИ, 1980.