

УДК 629.11

DOI: 10.15393/j2.art.2019.4422

*Статья*

## **Некоторые вопросы, связанные с трелёвкой хлыстов**

**Альберт А. Камусин<sup>1,\*</sup>, Вячеслав А. Борисов<sup>1</sup>, Дмитрий В. Акинин<sup>1</sup>,  
Наталья И. Казначеева<sup>1</sup>**

<sup>1</sup> Московский государственный технический университет имени Н. Э. Баумана (Мытищинский филиал), Россия, 141005, Московская обл., г. Мытищи, ул. 1-я Институтская, д. 1; E-Mails: [kamusin@mgul.ac.ru](mailto:kamusin@mgul.ac.ru) (А. К.); [vborisov@bmstu.ru](mailto:vborisov@bmstu.ru) (В. Б.); [akinin.dmitrij2013@yandex.ru](mailto:akinin.dmitrij2013@yandex.ru) (Д. А.); [kaznacheeva@bmstu.ru](mailto:kaznacheeva@bmstu.ru) (Н. К.)

\* Автор, с которым следует вести переписку; E-Mail: [vborisov@bmstu.ru](mailto:vborisov@bmstu.ru) (В. Б.);  
Tel.: +7(910)4201702

*Получена: 5 февраля 2019 / Принята: 30 марта 2019 / Опубликовано: 3 апреля 2019*

---

**Аннотация:** Статья посвящена исследованиям в области трелёвки колёсным транспортом хлыстов, взаимодействия транспортов с поверхностями перемещения и определений колебаний, возникающих при таком взаимодействии. В статье приведена математическая модель, анализ которой показывает взаимодействие сил, действующих на хлыст при его перемещении, а также представляет дифференциальное уравнение кривой изгиба хлыста при статической поперечной нагрузке, также определены частоты собственных колебаний хлыстов при помощи энергетического метода.

**Ключевые слова:** колёсные машины, модель математическая, трелёвка древесины, колебание хлыстов, динамические нагрузки.

---

DOI: 10.15393/j2.art.2019.4422

Article

## Some problems of tree-length skidding

Albert Kamusin<sup>1,\*</sup>, Vyacheslav Borisov<sup>1</sup>, Dmitry Akinin<sup>1</sup>, Natalia Kaznacheeva<sup>1</sup>

<sup>1</sup> Moscow State Technical University named after N. E. Bauman (Mytishchi branch), Russia, 141005, Moscow region, Mytishchi, ul. 1-I Institutskaya, 1; E-Mails: kamusin@mgul.ac.ru (A. K.); akinin.dmitrij2013@yandex.ru (D. A.); vborisov@bmstu.ru (V. B.); kaznacheeva@bmstu.ru (N. K.)

\* Author to whom correspondence should be addressed; E-Mail: vborisov@bmstu.ru (V. B.); Tel.: +7(910)4201702

*Received: 5 February 2019 / Accepted: 30 March 2019 / Published: 3 April 2019*

---

**Abstract:** The article focuses on the problems of tree-length skidding, namely, on the vibrations arising due to the interaction between a tree-length skidder and movement surfaces. A mathematical model demonstrates the interaction between forces applied to the moving tree length. A differential equation characterizes a bending-moment curve of the tree length under dead transverse load. Natural vibration frequencies of the tree length are determined by using an energy method.

**Keywords:** mathematical model, wheeled vehicles, timber hauling, the oscillation axis, dynamic loads

## 1. Введение

Перемещение лесозаготовительным транспортом такого специфического груза, как хлысты, ставит перед исследователями ряд вопросов, связанных с взаимодействием хлыстов с лесотранспортными машинами. В работах проф. Б. Г. Гастева и В. И. Мельникова, кандидатов технических наук Г. М. Васильева, Е. И. Лаха, З. С. Дофина и других исследователей изучено влияние жёсткости пакетов хлыстов на характер колебаний подвижного состава, плавность хода лесовозных поездов, на величину динамических нагрузок на подвижной состав и почвогрунт [10].

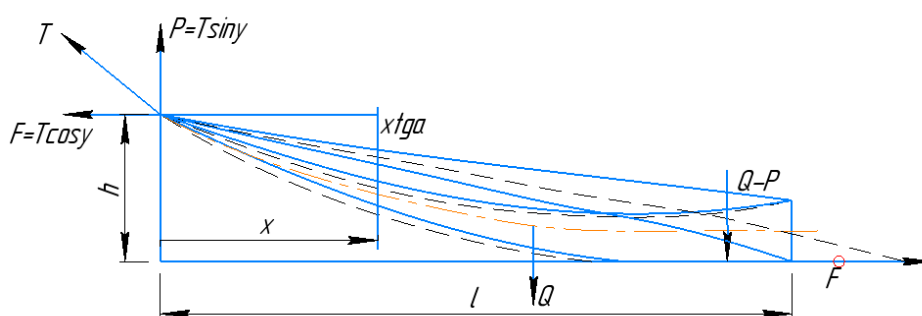
Но до настоящего времени вопрос о характере колебаний полупогруженных (полуподвешенных) хлыстов, перевозимых колёсными тягачами, и влияние колебаний хлыстов на процесс взаимодействия их с поверхностями перемещения мало изучен. Лишь С. А. Жилин [4] считает, что колебания хлыстов могут влиять на сопротивление их движению.

## 2. Материалы и методы

Определим свободные поперечные колебания хлыстов при действии продольных сил. Перемещаемые в полупогруженном (полуподвешенном) положении хлысты подвергаются действию растягивающих сил  $T \times \cos\gamma$  и  $F$  (рисунок 1), где  $T$  — усилие в тяговом тросе лебёдки и  $F$  — сила сопротивления движению волочащейся части хлыстов сил  $T \times \cos\gamma = F$ . Хлысты рассматриваем как балку, собственный вес которой является её единственной нагрузкой.

Дифференциальное уравнение кривой изгиба хлыста при статической поперечной нагрузке будет иметь вид:

$$DL \frac{d^2y}{dx^3} = -M + f * y + F * x * tg\alpha \quad (1)$$



**Рисунок 1.** Схема сил, действующих на хлыст при его перемещении (к выводу уравнений свободных колебаний)

Дифференцируя дважды уравнение (1), получаем дифференциальное уравнение стержня, нагруженного неравномерно распределённой нагрузкой  $q(x)$  и подверженного действию растягивающих сил  $F$ :

$$\frac{d^2}{dx^2} \left( EI \frac{d^2 y}{dx^3} \right) = q(x) + F \frac{d^2 y}{dx^3}. \quad (2)$$

Выражение (2) может быть использовано для получения уравнения поперечных колебаний. Применяем принцип Даламбера [7] и представляем, что колеблющийся стержень нагружен силами инерции вида

$$-\frac{\gamma * A}{g} * \frac{\partial^2 y}{\partial t^2}, \quad (3)$$

где  $y$  — вес единицы объёма материала стержня (хлыстов);  $A$  — площадь поперечного сечения.

Подставляя выражение (3) вместо  $q(x)$  в уравнение (2), получаем общее уравнение колебаний стержня:

$$\frac{d^2}{dx^2} \left( EI \frac{d^2 y}{dx^3} \right) + F \frac{d^2 y}{dx^3} - \frac{\gamma * A}{g} * \frac{\partial^2 y}{\partial t^2} = 0, \quad (4)$$

где  $A$  и  $I$  — некоторые функции  $x$ .

Частное решение уравнения (4) по методу Фурье может быть принято:

$$y = X(x) * T(t), \quad (5)$$

т. е. предполагается, что перемещение  $y$  можно представить в виде произведения двух функций, одна из которых зависит только от аргумента  $x$ , а другая — только от аргумента  $t$ . Тогда вместо определения функции двух переменных  $y(x, t)$  необходимо определение двух функций  $X(x)$  и  $T(t)$ , каждая из которых зависит только от одного переменного.

Подставив выражение (5) в уравнение (4), получим:

$$\frac{\partial^4 X}{\partial x^4} EL + F \frac{\partial^2 X}{\partial x^2} = m + \frac{\partial^2 T}{\partial t^2}. \quad (6)$$

Для тождественного выполнения равенства принимаем каждую из его частей постоянной и равной  $-p^2$  и получаем:

$$\frac{\partial^4 X}{\partial x^4} EL + F \frac{\partial^2 X}{\partial x^2} = -p^2; \quad (7)$$

$$m \frac{\partial^2 T}{\partial t^2} = -p^2. \quad (8)$$

Уравнение (7) выражает форму колебаний, а уравнение (8) указывает на колебательный характер движения с частотой  $p$ . Общее решение уравнения (8) может быть представлено в следующем виде:  $T(t) = \alpha \times \sin(pt + \alpha)$ . Замкнутая форма решения уравнения (7) может быть получена лишь в отдельных частных случаях, когда переменные для хлыстов величины  $EI$  и  $m$  будут определены специальными зависимостями.

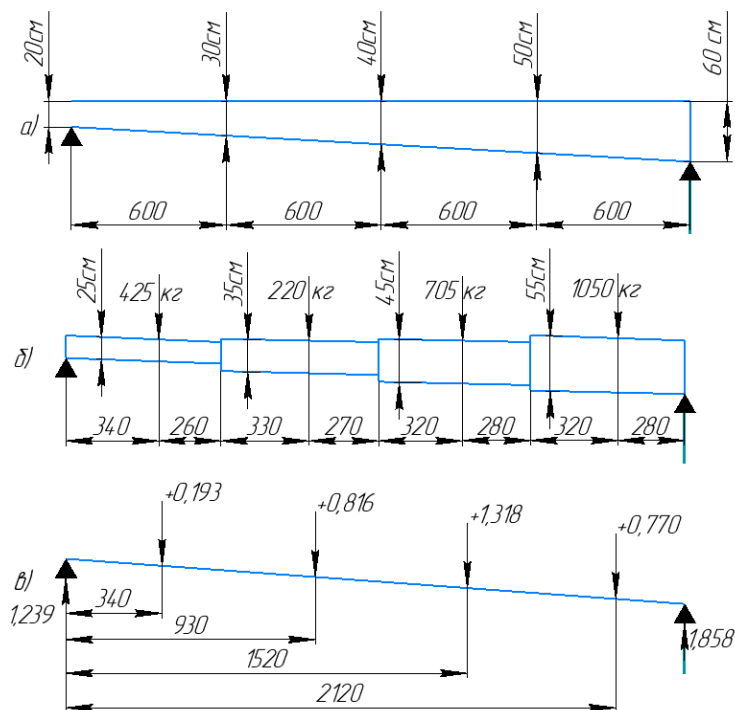
Для балок (пакетов хлыстов) постоянного сечения решение уравнения (7) может быть выражено через круговые и гиперболические функции или функции акад. А. Н. Крылова [6]. Для балок переменного сечения основную частоту колебаний чаще всего определяют приближенными методами Рэлея — Ритца, Бубнова — Галеркина, последовательных приближений и др. [2], [8], [9].

Для определения частоты колебаний хлыстов воспользуемся энергетическим методом, предложенным З. Б. Канторовичем [5]. Упомянутый метод основан на известном принципе, что в действительном движении функция  $L$ , равная разности между потенциальной  $V$  и кинетической  $T$  энергией системы, в каждый момент движения должна быть минимальной. Энергетический метод был применён З. С. Цофиным [11] при определении колебаний хлыстов, полностью погруженных на лесовозные поезда, и подробно описан им.

Рассмотрим на примере использование указанного метода. Определим первую (основную) частоту колебаний соснового хлыста весом 2400 кг, длиной 24 м, с диаметром вершины 20 см, комля 60 см. Объём хлыста  $3,27 \text{ м}^3$ . Вершина хлыста приподнята на 1 м от поверхности волока.

Хлыст рассматриваем как балку переменного сечения, свободно опёртую на двух концах и нагруженную собственным весом (неравномерно распределённой нагрузкой). Поскольку разность высоты опор концов хлыста невелика и проекция длины хлыста на горизонталь близка к длине хлыста (разница 0,83 %), при расчёте принимаем, что хлыст опирается на концах на одной высоте. Расчёт вначале ведём без учёта воздействия продольных сил.

Стержень переменного сечения (хлыст) заменим ступенчатой балкой, состоящей из четырёх равных по длине цилиндрических отрезков. Объём (вес) отрезков принимаем равным объёму (весу) соответствующих усечённых конусов. На рисунке 2 указаны все необходимые для расчётов величины.



**Рисунок 2.** Схема к расчёту частоты колебаний хлыста энергетическим методом

Расчёт проводится в следующем порядке:

### 2.1. Определение инерциальных сил

В качестве исходной кривой изгиба выбираем синусоиду  $y = 2 \sin \frac{\pi x}{l}$ , удовлетворяющую условиям на краях. Определяем ординаты кривой под нагрузками и вычисляем силы инерции масс при колебаниях хлыста с частотой  $p_0 = 1 \text{ с}^{-1}$ . Результаты вычислений представим в таблице 1.

**Таблица 1.** Результаты вычислений ординаты кривой под нагрузками и силы инерции масс

Груз, Н	Масса, кг	у, м	$mp_0^2 y, \text{ Н}$
2157	224	0,86	1,89
4167	434	1,88	8
6913	720	1,83	12,9
10296	1070	0,72	7,55

### 2.2. Вычисление значения коэффициента влияния поворота сечения $\beta_{11}$ (Н \* м \* сек<sup>2</sup>)

Материалы, необходимые для вычисления значения коэффициента влияния поворота сечения, представлены в таблице 2.

**Таблица 2.** Материалы для вычисления значения коэффициента влияния поворота сечения

$m$	$y$	$y^2$	$my^2$
2,1	860	0,74	74
4,25	1880	3,53	15
7,0	1830	3,35	23
10,4	720	0,52	5,45

$$\sum my^2 = \beta_{11} = 4,666$$

### 2.3. Вычисление значения $F$

На рисунке 2 изображена балка, нагруженная силами  $mp_0^2y$ . Разделим балку на интервалы с соблюдением следующих условий: а) интервалы не должны охватывать смежные участки балки с разными диаметрами; б) силы должны находиться не внутри интервала, а на одном из его концов. Вычисляем моменты  $M_{0l}$ , значения которых приведены в таблице 3.

**Таблица 3.** Материалы к вычислениям моментов  $M_{0l}$

$x, \text{ м}$	$M_{0l}, \text{ Н * м}$
0,00	0
1,70	20
2,40	41
4,70	54
6,00	67
7,65	84
9,30	101
10,65	104
12,00	107
13,60	111
15,20	114
16,60	100
18,00	85
19,60	68
22,60	25
24,00	0

Используя данные таблицы 3, составим таблицу 4.

**Таблица 4.** Материалы к вычислениям

Длина интервала, м		Значения в средних точках интервала			
интервал	$\Delta x$	$M_{01}, \text{Н} * \text{м}$	$M_{01}^2, \text{Н}^2 * \text{м}^2$	$\varepsilon = \left(\frac{25}{d}\right)^4$	$\varepsilon * M_{01}^2 * \Delta x$
0—1,7	1,70	10,3	1097,5		1864,90
1,7—3,4	1,70	30,9	9788,4	1	16640
3,4—4,7	1,30	47,9	23473,7		30514,9
4,7—6	1,30	61,3	38341,3		11502,5
6—7,65	1,65	76,4	59596,3		98333,4
7,65—9,30	1,65	93,3	90668,66	0,26	38896,51
9,30—10,65	1,35	106,3	108836,1		242432
10,65—12	1,35	106,3	115344,2		155714,4
12—13,60	1,60	109,6	122634,8		196214,4
13,60—15,20	1,60	113,1	130605,7	0,097	20270,96
15,20—16,60	1,40	107,5	117878,3		165029,2
16,60—18	1,40	92,6	87084,5		121917,6
18—19,60	1,60	76,6	59871,8		95794,88
19,60—21,20	1,60	59,5	36100,4	0,043	2483,68
2120—2260	1,40	38,2	14989,51		20985,3
2260—2400	1,40	12,7	1658,8		2322,32

Отсюда  $F_{11} = \sum \varepsilon \times M_{01}^2 \times \Delta x = 315976764,0833 \text{ Н}^2\text{м}^2$ .

*2.4. Вычисление значения  $\alpha_1$  (коэффициента влияния прогиба в сечениях)*

Для древесины сосны принимаем  $E = 10^5 \text{ Н/м}^2$  [10]. На основании этого вычисляем:

$$I_0 = \frac{\pi d_0^4}{64} = 17602 \text{ см}^4;$$

$$\alpha_{11} = \frac{F_{11}}{v_0^2 D_0} = 18297 * 10^{-5} \text{ см}^4,$$

где  $D_0 = EI_0$ .

Первая (основная) частота колебаний хлыста (круговая) определится как

$$p_1 = \sqrt{\frac{\beta_{11}}{\alpha_{11}}} = 5,05 \text{ 1/сек.}$$

Частота колебаний

$$v = \frac{p_{11}}{2\pi} = 0,805 \text{ 1/сек.}$$



Согласно исследованиям И. В. Ананьева [1], для стержней с шарнирно закреплёнными концами, каким может быть представлен полупогруженный хлыст, частота колебаний при наличии продольной силы определяется по формуле

$$p_n = p * j, \quad (9)$$

где  $p$  — частота колебаний без учёта продольной силы;  $j$  — коэффициент, учитывающий влияние продольной силы:

$$j = \sqrt{1 + \frac{1}{k^2} * \frac{P}{P_{кр}}}, \quad (9')$$

где  $P$  — продольная сила;  $P_{кр}$  — Эйлера критическая сила стержня с шарнирно закреплёнными концами (первая критическая сила);  $k = 1$  для основной частоты.

Для стержня с постоянной по всей длине жёсткостью  $EL$

$$P_{кр} = \frac{\pi^2 EL}{l^2}.$$

Поскольку хлыст является стержнем переменного сечения, уравнение (10) для определения  $P_{кр}$  неприменимо. Критическая сила для хлыста может быть определена лишь для каждого частного случая.

### 2.5. Определение первой критической силы для хлыста.

Стержень (хлыст) переменного сечения заменяется двумя стержнями постоянного сечения, равными в сумме по длине, весу и объёму стержню переменного сечения (рисунок 3). Диаметры полученных стержней равны 30 и 50 см. Жёсткость второго стержня больше жёсткости первого в 7,7 раза.

Соответственно, получаем два уравнения:

$$ELy_1'' - Py_1' = 0; \quad (10)$$

$$7,7ELy_2'' - Py_2' = 0. \quad (11)$$

Обозначая  $\frac{P}{7,7EL} = k^2$ , получим:

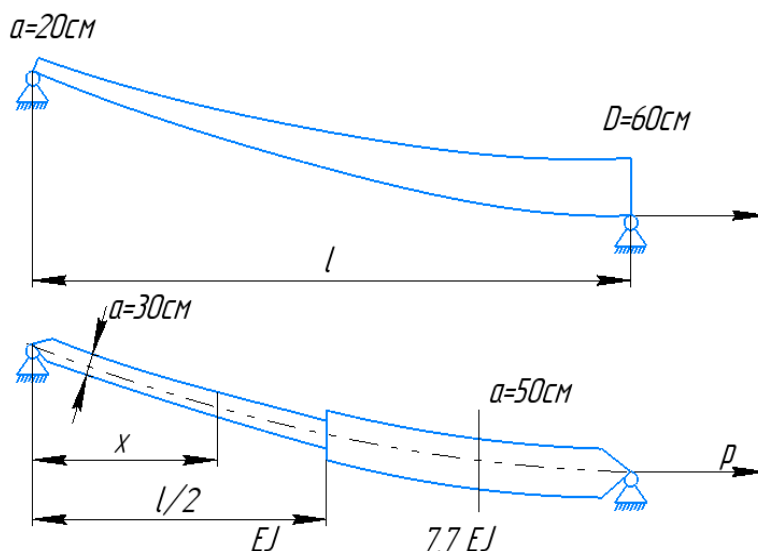
$$y_1'' - 7,7k^2 * y_1' = 0; \quad (10')$$

$$y_2'' - k^2 * y_2' = 0. \quad (11')$$

Общие интегралы уравнений (10') и (11') имеют вид:

$$y_1 = C_1 * e^{kx\sqrt{7,7}} + C_2 * e^{-kx\sqrt{7,7}};$$

$$y_2 = C_3 * e^{kx} + C_4 * e^{-kx}.$$



**Рисунок 3.** Схема к расчёту Эйлеровой силы для стержня (хлыста) переменного сечения

Из условия, что при  $x = 0$  прогиб  $y_1 = 0$ , получаем:

$$0 = C_1 * e^{2,8*k*0} + C_2 * e^{-2,8*k*0},$$

откуда

$$C_2 = -C_1.$$

Далее имеем следующие условия:

- 1) при  $x = \frac{l}{2}$  прогиб  $y_1 = y_2$ ;
- 2) при  $x = \frac{l}{2}$  угол поворота  $y_1' = y_2'$ .

После соответствующих подстановок получаем  $y_1 = y_2$  в следующем виде:

$$C_1(e^{1,4kl} - e^{-1,4kl}) = C_3 * e^{0,5kl} + C_4 * e^{-0,5kl}.$$

Дифференцируя уравнения для  $y_1$  и  $y_2$ , запишем условие  $y_1' = y_2'$  в виде:

$$2,8 * k * C_1(e^{2,8kx} - e^{-2,8kx}) = k * C_3 * e^{kx} - k * C_4 * e^{-kx};$$

при  $x = \frac{l}{2}$  уравнение примет вид:

$$2,8C_1(e^{1,4kl} - e^{-1,4kl}) = C_3 * e^{0,5kl} - C_4 * e^{-0,5kl}.$$

- 3) при  $x = l$   $y_2 = 0$ .

$$C_3 * e^{kl} + C_4 * e^{-kl} = 0.$$

Откуда

$$C_3 = -C_4 * e^{-2kl}.$$

Заменяя  $C_3$  в ранее полученных уравнениях ( $y_1 = y_2$  и  $y_1' = y_2'$ ), получим их в виде следующего уравнения:

$$\begin{aligned} C_1(e^{1,4kl} - e^{-1,4kl}) &= C_4(e^{-0,5kl} - e^{-1,5kl}) \\ 2,8C_1(e^{1,4kl} - e^{-1,4kl}) &= -C_4(e^{-0,5kl} + e^{-1,5kl}). \end{aligned}$$

Из первого уравнения системы выразим  $C_4$ :

$$-C_4 = \frac{C_1(e^{1,4kl} - e^{-1,4kl})}{(e^{-0,5kl} + e^{-1,5kl})}.$$

Тогда второе уравнение запишется в виде:

$$2,8(e^{-0,5kl} - e^{-1,5kl}) = e^{-0,5kl} + e^{-1,5kl}.$$

Упрощая полученное выражение и произведя логарифмирование, получим:  $kl = 0,75$ .

Выражая  $k = \frac{0,75}{l}$ , критическую силу для рассматриваемого стержня имеем в виде:

$$P_{кр} = \frac{4,33EI}{l^2} \quad (12)$$

Согласно уравнению (12), для рассматриваемого хлыста  $P_{кр} = 29419,95$  Н. При удельном сопротивлении движению хлыста  $W_{дв} = 1961,33$  Н/т и нагрузке от хлыста на поверхность перемещения  $Q_n = 23535,96$  Н сила сопротивления движению хлыста (продольная сила) будет:  $P = 4707,19$  Н.

Коэффициент влияния продольной силы на частоту колебаний  $j$  определим по формуле И. В. Ананьева [1]:

$$j = \sqrt{1 + \frac{1}{k^2} \frac{P}{P_{кр}}},$$

здесь  $k = 1$ .

Первая (основная) частота колебаний хлыста (круговая) будет равна:

$$p_n = p * j = 5,45 \frac{1}{сек}.$$

Частота колебаний

$$v = \frac{p_n}{2\pi} = 0,87с^{-1}.$$

Таким образом, частота колебаний хлыстов при их перемещении возрастает и в рассмотренном частном случае увеличилась на 8 %, что указывает на взаимосвязь частоты колебаний хлыстов и сопротивления их движению.

Но колебания хлыстов происходят под действием возмущающих сил, возникающих, главным образом, под влиянием неровностей дороги. Воздействие этих неровностей на возмущающую силу можно определить методом грубой квадратичной можерации проф. Моисеева.

Допуская некоторые упрощения, рассмотрим процесс взаимодействия хлыста и неровной поверхности перемещения (движения) хлыста по неровной поверхности.

При движении по неровной поверхности происходит некоторое вертикальное перемещение волочащейся части хлыста, в результате чего возникает дополнительное давление на поверхность, которое зависит от скорости движения и профиля неровностей.

Обозначим через  $l$  длину неровности и через  $\eta$  её переменную глубину. Будем рассматривать поверхность перемещения как сплошное упругое основание и обозначим через  $k_1$  сосредоточенное вертикальное давление, которое может вызвать прогиб поверхности, равный единице. Если  $Q_n$  — передаваемая поверхности часть веса хлыста, то её статический прогиб

$$\delta_{ст} = \frac{Q_n}{k_1}. \quad (13)$$

Если рассматривать поверхность как упругую пружину, то период свободных колебаний опёртого на неё хлыста будет:

$$\tau = 2\pi \sqrt{\frac{\delta_{ст}}{g}}. \quad (14)$$

Рассмотрим вынужденные колебания хлыста, вызываемые неровностью. Обозначим через  $y$  динамический прогиб поверхности под хлыстом при колебаниях ( $y$  измеряется от положения статического равновесия, когда хлыст находится под действием веса  $Q_n$  и реакции поверхности). Тогда вертикальное перемещение хлыста при прохождении неровности с переменной глубиной  $\eta$  равно:  $y + \eta$ , а вертикальная сила инерции хлыста равна:

$$-\frac{Q_n}{g} * \frac{d^2(y + \eta)}{dt^2}. \quad (15)$$

Реакция поверхности равна  $k_1 y$ , тогда уравнение движения хлыста в вертикальном направлении принимает вид:

$$\frac{Q_n}{g} * \frac{d^2(y + \eta)}{dt^2} + k_1 y = 0,$$

откуда

$$\frac{Q_n}{g} * \frac{d^2 y}{dt^2} + k_1 y = -\frac{Q_n}{g} * \frac{d^2 \eta}{dt^2}. \quad (16)$$

Если известны форма неровности и скорость перемещения хлыста, то глубина  $\eta$  и, соответственно, правая часть уравнения (16) могут быть выражены в функции времени. Таким образом, мы получим уравнение вынужденных колебаний хлыста, вызванных неровностью.

Рассмотрим случай, когда форма неровности задана уравнением:

$$\eta = \frac{\lambda}{2} \left( 1 - \cos \frac{2\pi x}{l} \right), \quad (17)$$

где  $\lambda$  — глубина неровности посередине её длины.

Принимая начало отсчёта времени от момента, когда опорная точка хлыста проходит начало неровности, и обозначая скорость перемещения хлыста через  $v$ , то  $x = v \cdot t$ , и из уравнения (17) найдём:

$$\eta = \frac{\lambda}{2} \left( 1 - \cos \frac{2\pi vt}{l} \right). \quad (18)$$

Подставив уравнение (17) в (16), получим:

$$\frac{Q_n}{g} * \frac{d^2 y}{dt^2} + k_1 y = - \frac{Q_n}{g} * \frac{\lambda}{2} * \frac{4\pi^2 v^2}{l^2} \cos \frac{2\pi vt}{l}. \quad (19)$$

Разделив уравнение (19) на  $\frac{Q_n}{g}$  и используя выражение  $\frac{k_1 g}{Q_n}$ , получим уравнение в виде:

$$\ddot{y} + p^2 y = - \frac{2\lambda\pi^2 v}{l^2} \cos \frac{2\pi vt}{l}. \quad (20)$$

Принимаем правую часть уравнения (20) за приведённую возмущающую силу  $q = \frac{P(t)}{m}$  и используем приводимое Я. Г. Пановко [8] решение уравнения вынужденных колебаний, вызываемых возмущающей силой:

$$y = \frac{1}{p_0} \int_0^{t_1} q * \sin p(t_1 - t) dt. \quad (21)$$

Подставляем в уравнение (21) правую часть уравнения (20) и находим, что дополнительный прогиб в месте контакта хлыста с поверхностью, происходящий от динамического влияния неровности, будет:

$$y = - \frac{2\pi^2 \lambda v^2}{pl^2} \int_0^{t_1} \cos \frac{2\pi vt}{l} \sin p(t_1 - t) dt. \quad (22)$$

Интегрируя уравнение (22) и обозначая через  $\tau_1$  время, необходимое для прохождения хлыста через неровность, и через  $\tau = \frac{2\pi}{p} = 2\pi \sqrt{\frac{\delta_{ст}}{g}}$  — период свободных колебаний хлыста, получим:

$$y = \frac{\lambda}{2 \left(1 - \frac{\tau_1^2}{\tau^2}\right)} \left( \cos \frac{2\pi t_1}{\tau_1} - \cos \frac{2\pi t_1}{\tau} \right). \quad (23)$$

Из уравнений (22) и (23) видно, что дополнительный прогиб поверхности, вызванный неровностью, пропорционален её глубине  $\lambda$  и зависит также от отношения  $\frac{\tau_1}{\tau}$ , а следовательно, и от скорости перемещения хлыстов; в зависимости от прочности полотна трелёвочных волоков дополнительные динамические нагрузки могут приводить не только к дополнительному прогибу и уплотнению поверхности, но и к разрушению полотна грунтовых и снежных волоков.

При динамическом воздействии хлыстов на волок следует ожидать изменения удельного сопротивления движению хлыстов, величина которого будет зависеть от многих факторов (качество волоков, температура воздуха, параметры хлыстов, скорость перемещения хлыстов и др.). Влияние этих факторов на удельное сопротивление движению хлыстов наиболее целесообразно определить путём экспериментов.

### 3. Полученные результаты и выводы

1. Частота собственных колебаний полуподвешенных (полупогруженных) хлыстов может быть определена энергетическим методом, но без учёта продольных сил.
2. Частота колебаний перемещаемых хлыстов находится в тесной взаимосвязи с продольными силами, воздействующими на перемещаемые хлысты. Влияние этих сил может быть учтено коэффициентом, определяемым по формуле (9').
3. При перемещении хлыстов по неровной поверхности трелёвочных волоков возникают дополнительные вертикальные нагрузки на поверхность скольжения, зависящие от колебаний хлыстов, изменяющихся со скоростью движения, что видно из уравнений (22) и (23).
4. Дополнительные динамические нагрузки от хлыстов могут вызвать уплотнение или разрушение поверхности волоков, а следовательно, и изменение величины удельного сопротивления движению хлыстов.

### Список литературы

1. *Ананьев, И. В.* Справочник по расчёту собственных колебаний упругих систем / И. В. Ананьев. — Москва ; Ленинград : Гостехиздат, 1946.
2. *Бернштейн, С. А.* Основы динамики сооружений / С. А. Бернштейн. — Москва : Госстройдат, 1941.
3. *Гастев, Б. Г.* Вынужденные колебания связанной системы (пакет хлыстов и подвижной состав лесовозных дорог) / Б. Г. Гастев // Научно-техническая информация ЛЛТИ. — 1957. — № 5.
4. *Жилин, С. А.* Зависимость сопротивления движению колёсного трелёвочного трактора от веса пачки хлыстов и скорости его движения / С. А. Жилин // Труды СибТИ : сборник XL. — Красноярск, 1965.

5. *Канторович, З. Б.* Основы расчёта химических машин и аппаратов / З. Б. Канторович. — Москва : Машгиз, 1960.
6. *Крылов, А. Н.* О некоторых дифференциальных уравнениях математической физики, имеющих приложение в технических вопросах / А. Н. Крылов. — Москва : Гостехиздат, 1950.
7. *Борисов, В. А.* Распределение нормальных реакций по длине опорной поверхности гусеничных движителей лесозаготовительных машин с полужёсткой подвеской / В. А. Борисов, Д. В. Акинин, В. В. Кирей // Лесной вестник. Forestry Bulletin. — 2017. — Т. 21, № 6. — С. 31—37.
8. *Борисов, В. А.* Анализ характеристик динамических воздействий на лесные машины при погрузочных и других технологических операциях / В. А. Борисов, Д. В. Акинин, Н. И. Казначеева // Проблемы и перспективы технических наук: сборник статей Международной научно-практической конференции. — 2015. — С. 28—34.
9. *Акинин, Д. В.* Способы снижения динамических нагрузок, действующих на гусеничную лесозаготовительную машину / Д. В. Акинин, Н. И. Казначеева, В. А. Борисов // Проблемы и перспективы технических наук: сборник статей Международной научно-практической конференции. — 2015. — С. 3—12.
10. *Борисов, В. А.* Глубина колеи и потеря подвижности в результате буксования гусеничной лесозаготовительной машины / В. А. Борисов, Н. И. Казначеева, Д. В. Акинин // Национальная Ассоциация Учёных. — 2015. — № 10-1 (16). — С. 11—14.

## References

1. *Ananiev, I. V.* Reference book on the calculation of natural oscillations of elastic systems / I. V. Ananiev. — Moskva : Leningrad : Gostekhizdat, 1946.
2. *Bernstein, S. A.* Basics of the dynamics of structures / S. A. Bernstein. — Moskva : Gosstroydat, 1941.
3. *Gasteв, B. G.* Forced oscillations of a connected system (whip package and rolling stock of forest roads) / B. G. Gasteв // Scientific and Technical Information LLTI. — 1957. — No 5.
4. *Zhilin, S. A.* Dependence of resistance to the movement of a wheeled skidder on the weight of a pack of whips and the speed of its movement / S. A. Zhilin // In the book. Works SibTI, Sat. XL. — Krasnoyarsk, 1965.
5. *Kantorovich, Z. B.* Fundamentals of the calculation of chemical machines and apparatus / Z. B. Kantorovich. — Moskva : Mashgiz, 1960.
6. *Krylov, A. N.* On some differential equations of mathematical physics, having an application in technical questions / A. N. Krylov. — Moskva : Gostekhizdat, 1950.
7. *Borisov, V. A.* Distribution of normal reactions along the length of the bearing surface of tracked engines of logging machines with a semi-rigid suspension / V. A. Borisov, D. V. Akinin, V. V. Kirey // Forest Journal. Forestry Bulletin. — 2017. — Vol. 21, No 6. — P. 31—37.
8. *Borisov, V. A.* Analysis of the characteristics of dynamic impacts on forest machines during loading and other technological operations / in the collection / V. A. Borisov, D. V. Akinin, N. I. Kaznacheeva // Problems and Prospects of Technical Sciences Collection of articles of the International Scientific and Practical Conference. — 2015. — P. 28—34.
9. *Akinin, D. V.* Ways to reduce the dynamic loads acting on a tracked logging machine / in the collection / D. V. Akinin, N. I. Kaznacheeva, V. A. Borisov // Problems and Prospects of Technical Sciences Collection of articles of the International Scientific and Practical Conference. — 2015. — P. 3—12.

10. *Borisov, V. A.* Depth of track and loss of mobility as a result of the slipping of a tracked logging machine / V. A. Borisov, N. I. Kaznacheyeva, D. V. Akinin // National Association of Scientists. — 2015. — № 10-1 (16). — P. 11—14.

© Камусин А. А., Борисов В. А., Акинин Д. В., Казначеева Н. И., 2019