Resources and Technology 20 (4): 45-73, 2023 ISSN 2307-0048 http://rt.petrsu.ru

DOI: 10.15393/j2.art.2023.7243 УДК 536.2 *Статья*

Теплопроводность снежного покрова и физические процессы, происходящие в нём под влиянием температурного градиента

Борисов Вячеслав Алексеевич

кандидат технических наук, доцент, Московский государственный технический университет им. Н. Э. Баумана (Российская Федерация), vborisov@bmstu.ru

Акинин Дмитрий Вячеславович

кандидат технических наук, доцент, Московский государственный технический университет им. Н. Э. Баумана (Российская Федерация), akinin.dmitrij2013@yandex.ru

Гасилина Мария Алексеевна

магистрант, Московский государственный технический университет им. Н. Э. Баумана (Российская Федерация), gasilinamaria539@gmail.com

Романова Анастасия Романовна

магистрант, Московский государственный технический университет им. Н. Э. Баумана (Российская Федерация), nasty1999g@mail.ru

Получена: 22 июля 2023 / Принята: 3 ноября 2023 / Опубликована: 17ноября 2023

Аннотация: Снег как дорожно-строительный материал представляет собой совокупность фаз вещества одной природы, но разных агрегатных состояний. Снег как полотно пути есть сложная пространственная система, которая в топологическом плане определяется как полирельефная, полизональная, полислоистая, полидисперсная среда. В природных условиях снеговой покров находится под воздействием различных температурных условий по высоте. Верхние слои находятся под влиянием непрерывно меняющейся температуры наружного воздуха, нижние слои соприкасаются с почвой, имеющей в зимнее время температуру, значительно более высокую и устойчивую, чем температура воздуха. Наличие разности между температурами верхнего и нижнего слоёв обуславливает протекание в снеговом покрове процессов, связанных с различной упругостью водяных паров, насыщающих пространство над снежными зёрнами. Из нижних слоёв, имеющих обычно более высокую температуру и, следовательно, высокую более максимальную насыщенную упругость водяных паров,

происходит перемещение паров в верхние слои, где температура, а также Для уточнения упругость паров меньше. зависимости коэффициента теплопроводности от плотности в зоне больших значений плотностей авторами поставлены исследования по изучению тепловых свойств снега различной которые проводились в МГТУ им. Н. Э. Баумана и стали плотности, продолжением начатых ранее разработок [1]. При постановке исследования авторами были намечены две основные задачи: обнаружение процесса возгонки и сублимации в снежном массиве, находящемся в неоднородном температурном поле, с последующим выявлением количественной стороны этого процесса и интенсивности его протекания в зависимости от плотности снега. Также определялся коэффициент теплопроводности снега различной плотности.

Ключевые слова: снежный массив; плотность снега; свойства снега; зимняя лесная дорога; коэффициент теплопроводности снега

DOI: 10.15393/j2.art.2023.7243 Article

Thermal conductivity of snow cover and physical processes occurring in it under the influence of temperature gradient

Vyacheslav Borisov

Ph. D. in engineering, associate professor, Moscow State Technical University named after N. E. Bauman (Russian Federation), vborisov@bmstu.ru

Dmitry Akinin

Ph. D. in engineering, associate professor, Moscow State Technical University named after N. E. Bauman (Russian Federation), akinin.dmitrij2013@yandex.ru

Maria Gasilina

student in the master's program, Moscow State Technical University named after N. E. Bauman (Russian Federation), gasilinamaria539@gmail.com

Anastasia Romanova

student in the master's program, Moscow State Technical University named after N. E. Bauman (Russian Federation), nasty1999g@mail.ru

Received: 22 July 2023 / Accepted: 3 November 2023 / Published: 17 November 2023

Abstract: Snow as a road construction material is a combination of phases of the same nature but different aggregate states. Snow as a road surface is a complex spatial system that is topologically defined as a poli-relief, polizonal, multi-layered, and polydisperse medium. In natural conditions, the snow cover is subjected to different temperature conditions at different heights. The upper layers are influenced by continuously changing external air temperature, while the lower layers are in contact with the soil, which has a significantly higher and more stable temperature than that of the air. The temperature difference between the upper and lower layers leads to processes in the snow cover related to different elasticities of water vapors saturating the space above the snow grains. Water vapors move from the lower layers, which usually have higher temperatures and therefore higher maximum saturated vapor pressure, to the upper layers where the temperature and vapor pressure are lower. In order to determine the dependence of the thermal conductivity coefficient on density in the zone of highdensity values, the authors conducted research on the thermal properties of snow of different densities. The research was conducted at Bauman Moscow State Technical University, as a continuation of previous studies [1]. The authors set two main objectives for the research: to identify the process of sublimation and evaporation in a

objectives for the research: to identify the process of sublimation and evaporation in a snow mass located in a non-uniform temperature field, and to determine the quantitative aspect and intensity of this process depending on the density of the snow. The thermal conductivity coefficient of snow with different densities was also determined.

Keywords: snow massif; snow density; snow properties; winter forest road; thermal conductivity coefficient of snow

1. Введение

В связи с применением на вывозке леса тяжёлых лесовозных автопоездов возникают повышенные требования к прочности покрытия временных лесных автодорог. На временных лесных (лесовозных) автомобильных дорогах применяют различные типы покрытий, такие как колейные; сборно-разборные; из железобетонных плит; деревянных щитов; гибких деревянных лент; хворостяной выстилки из хвороста и порубочных остатков, засыпанные дренирующим грунтом или гравием; грунтовые профилированные, а также в труднодоступных районах нашей страны широко используются дороги, построенные из снега и льда.

В нашем исследовании мы рассмотрим снег как дорожное покрытие, которое является сложной пространственной системой, которая в топологическом плане определяется как полирельефная, полизональная, полислоистая, полидисперсная среда. В природных условиях снеговой покров находится под воздействием различных температурных условий по высоте. Верхние слои находятся под влиянием непрерывно меняющейся температуры наружного воздуха, нижние слои соприкасаются с почвой, имеющей в зимнее время температуру, значительно более высокую и устойчивую, чем температура воздуха.

Зависимость упругости водяных паров от температуры показана на рисунке 1. Как видно, разница давлений достигает довольно значительной величины, что позволяет водяным парам преодолевать сопротивление их движению [2].





Figure 1. Dependence of the elasticity of water vapor over ice on temperature

Так, например, при разности температур в интервале от –1 до –11 °C разница давлений составляет 2,469 мм рт. ст. (0,003292 бара). Вследствие такого переноса происходит перенасыщение воздуха лежащих выше слоёв снежного покрова водяными парами и в дальнейшем сублимация водяного пара, оседающего на снежных зёрнах. Но уход водяных паров из нижних слоёв создаёт там ненасыщенное пространство, что приводит

к дополнительному парообразованию, т. е. переходу снега из твёрдой фазы в газообразную. Как известно, каждому агрегатному состоянию вещества отвечают определённые для данного тела физические величины, соответствующие переходу его из одной фазы в другую, которые связаны между собой формулой Томсона

$$\frac{\Delta T}{\Delta P} = \frac{A(v_2 - v_1)}{L},$$

где T — абсолютная температура превращения фазы с удельным объёмом v_1 в фазу с удельным объёмом v_2 ; P — давление; L — теплота изменения фазы; A — термический эквивалент работы.

Построив для условий перехода из одной фазы в другую кривые Θ — P в координатах, мы имеем для каждого тела три свойственные ему кривые:

1) плавления — затвердевания;

2) испарения — конденсации;

3) возгонки — сублимации.

Все эти кривые пересекаются в одной точке, называемой тройной точкой и характеризующейся тем, что в ней могут существовать все три фазы одновременно, т. е. тело может находиться в твёрдом, жидком и газообразном состоянии. Для воды при атмосферном давлении этой точке соответствует температура +0,01 °C. В природных условиях нижние слои снега имеют обычно более низкую температуру — порядка –4 ... –2 °C. Прямая А — Е (рисунок 2), являющаяся продолжением кривой кипения в сторону более низких температур и давлений, соответствует условиям равновесия переохлаждённой жидкости и пара, насыщающего пространство над ней. Отсюда можно видеть, что для одной и той же температуры, если только она ниже температуры тройной точки, упругость пара, насыщающего пространство над переохлаждённой жидкостью, больше упругости пара, насыщающего пространство над твёрдым телом. Численные значения этих величин можно взять из графиков, изображённых на рисунках 7—14.



Рисунок 2. Схематичная диаграмма фаз

Figure 2. Schematic diagram of phases

Если рядом находится переохлаждённая жидкость и твёрдое тело (снег), то такая система не будет устойчивой, пары воды будут переходить к твёрдому телу и охлаждаться на нём до полного исчезновения жидкой фазы. Это даёт нам возможность предполагать, что компенсация ушедших из нижних слоёв паров будет происходить за счёт непосредственного перехода снега из твёрдого состояния в газообразное, т. е. за счёт возгонки снежных частиц без перехода их в жидкую фазу и последующего испарения.

Таким образом, с течением времени нижние слои снежного покрова будут несколько разрыхляться, а более верхние слои — уплотняться. Помимо уменьшения плотности нижние слои будут подвергаться ещё некоторому изменению, связанному с трансформацией структуры составляющих их снежных зёрен.

Всякое добавочное давление, оказываемое на поверхность жидкой или твёрдой фазы, приводит к некоторому смещению тройной точки — к смещению кривых кипения и возгонки в сторону больших давлений. Таким добавочным давлением для жидкой фазы является нормальное давление, вызываемое поверхностным натяжением. Это давление тем больше, чем меньше радиус *r* капли жидкости, и выражается формулой

$$P = \frac{2a}{r},$$

где *а* — коэффициент (для воды при $\Theta = 0$ °С *a* = 8 мг/мм).

Отсюда следует, что упругость паров над поверхностью большей кривизны больше, чем над поверхностью меньшей кривизны, вследствие чего будут происходить переход паров от меньших капель к большим, которые и будут расти за счёт мелких. Так как поверхностное натяжение имеет место и у твёрдых тел, то всё сказанное о каплях справедливо также и для снежных частиц.

Чем меньше размеры частиц снега, тем больше упругость паров над ней. Особенно значительно такое «сгущение» давления на выступающих концах и остриях снежинок. В связи с этим мелкие частицы испаряются (возгоняются) быстрее крупных и происходит сглаживание выступающих концов — снег делается более крупнозернистым, пористым и менее связанным [3], [4].

Это явление отмечает ряд исследователей (Г. Д. Рихтер [5], В. С. Морозов [6], Л. В. Барахтанов [7], А. В. Павлов [8], [9], Е. W. Washburn [10], Р. А. Чернов [11]). Образование слоя малосвязанного сыпучего снега имеет большее значение (например, в вопросе возникновения обвалов). В применении к снеговым дорожным покрытиям лесных автомобильных дорог перераспределение плотности в результате процесса — возгонки — сублимации выводит данное покрытие из строя.

В верхних слоях снегового покрытия лесной дороги образуется корка, лежащая на рыхлом основании. Подобное изменение в толще снегового покрытия можно назвать его старением. С другой стороны, не зашедший далеко процесс возгонки сублимации способствует увеличению прочности снегового покрова, т. к. пар, осевший на поверхностях сближенных

кристаллов, сублимируясь, может прочно спаивать ранее изолированные кристаллы. Помимо выявления этих процессов необходимо также получить характеристику теплоизолирующих свойств снегового покрова различной плотности, необходимой для определения возможности предохранения основания лесной дороги от замерзания.

Рыхлый снег обладает гораздо лучшими теплоизолирующими свойствами, чем плотный. Это объясняется тем, что снег представляет собой порошкообразное тело, т. е. смесь твёрдого тела (снежных зёрен) и воздуха. В обычных условиях теплопроводность порошков зависит, главным образом, от заключённого в них газа; доля проводимости через вещество самих зёрен незначительна. Так как воздух — очень плохой проводник тепла [его коэффициент теплопроводности $\lambda = 0,0244$ Вт/(м·град.)], то увеличение количества его в снежном покрове приводит к уменьшению теплопроводности снега.

О тепловых свойствах снега в естественном состоянии имеется значительная литература. внутренней Исследования коэффициента теплопроводности по определению коэффициента температуропроводности были проведены Г. Абельсом [12]. И И. Р. Стаховским [13], А. Ф. Миддендорфом [14], П. П. Кузьминым [15] и рядом других исследователей [16], [17], [18], [19].

Для определения теплопроводности Г. Абельс применял формулу Пуассона, выражающую уменьшение амплитуды колебаний температуры с глубиной:

$$\lg A_x = \lg A_0 - B_x,\tag{1}$$

где A_x — амплитуда температуры на глубине x под поверхностью; A_0 — амплитуда на поверхности.

Зная амплитуду на глубине *x* и на поверхности, можно вычислить константу *B*. Величина *B* выражается ещё следующим образом:

$$B = \lg e \frac{1}{a} \sqrt{\frac{\pi}{T}} , \qquad (2)$$

где *а* — коэффициент температуропроводности; *Т* — период.

Из формулы (2) коэффициент температуропроводности выразится:

$$a^2 = \frac{\pi(\lg e)}{TB^2}.$$
(3)

Г. Абельс установил, что $a = 0,0133 \rho \text{ см}^2/\text{с} (\rho - \text{плотность снега}).$

Принимая (по Десену и Пирсону) удельную теплоёмкость снега равной удельной теплоёмкости льда [0,508 ккал/(кг °С)], Г. Абельс, пользуясь формулой, связывающей коэффициенты температуропроводности и теплопроводности $a^2 = \frac{\lambda}{\rho c}$, находит следующую зависимость λ от ρ :

$$\lambda = 0,0068\rho^2$$
.

Аналогичными методами определяли теплопроводность снега С. А. Арцыбашев и В. М. Южаков [20], [21]. Метод основан на определении теплопроводности слоя снега путём сравнения с известной теплопроводностью слоя другого тела [22], [23]. Например, С. А. Арцыбашев рядом с исследуемым слоем снега помещал пластинку из парафина. Тепловые потоки через оба слоя должны быть одинаковы:

$$\lambda_1 \frac{(\Delta \theta)}{(\Delta H)_1} = \lambda_2 \frac{(\Delta \theta)_2}{(\Delta H)_2},$$

где λ — коэффициент теплопроводности; ΔH — толщина слоя; $\Delta \theta$ — разность температур на границах слоя.

Зная ΔH и $\Delta \theta$ из опыта и λ_1 или λ_2 , определяем из уравнения другое λ .

Янсон [26] дал следующую эмпирическую формулу зависимости λ от ρ :

$$\lambda = 0,00005 + 0,0019\rho + 0,006\rho^4$$
.

П. П. Кузьминым в полевых условиях был применён метод определения коэффициента температуропроводности *a* при неустановившемся тепловом режиме путём непосредственного определения $\frac{\Delta\theta}{\Delta t}$ и $\frac{\Delta^2\theta}{\Delta x^2}$, входящих в основное уравнение теплопередачи — уравнение Фурье:

$$\frac{\Delta\theta}{\Delta t} = a^2 \frac{\Delta^2 \theta}{\Delta x^2}.$$
(4)

На основе данных о температуре снега в некоторые определённые моменты времени на нескольких глубинах П. П. Кузьмин, пользуясь методом конечных разностей, определил первую и вторую производные температуры по глубине $\frac{\Delta\theta}{\Delta t}$ и $\frac{\Delta^2\theta}{\Delta x^2}$, а также и производную температуры по времени. Подставляя найденные значения в основное уравнение теплопроводности (4), он определял *a*, а затем, после замеров плотности, и λ .

Вычисленные этим методом значения дали большие колебания. Так, например, для плотности $\rho = 0.3$ г/см³ П. П. Кузьмин получил коэффициенты теплопроводности 0,012552; 0,028033; 0,31380 (вт./м К).

В таблице 1, составленной в порядке возрастающей плотности, даны значения *a* и λ, полученные различными авторами.

Таблица 1. Значения теплопроводности λ и коэффициента температуропроводности *а* от плотности

Table 1.	The	values	of t	hermal	condu	ctivity	λ and	the	coefficient	of	thermal	cond	uctivity
a of dens	sity												

				По фо	ормуле	По формуле		
Плотность,	Автор	а,	λ,	Г. А	бельса	И. К. Янсона		
г/см ³		см ² /с	вт./м К	а,	λ,	а,	λ,	
				см ² /с	вт./м К	см ² /с	вт./м К	
0.12	Рейно	0,0016	0,0418					
0,12	геинс	0,0026	0,08367	0,0016	0,0418	0,00416	0,1171	
0,125	Курада	0,0083	0,21757	0,0017	0,04435	0,00416	0,12136	
0,13	Арцыбашев, Южаков	0,0078	0,2113	0,00177	0,04811	0,00461	0,12552	
0.16	Vanauau	0,0026	0,08786					
0,10	Керенен	0,0058	0,1966	0,0021	0,07112	0,0045	0,15062	
0.17	Арцыбашев,	0,006	0,21464					
0,17	Южаков	0,0062	0,2217	0,00235	0,08368	0,00435	0,154808	
0,18	Окада	0,0031	0,1171 0,002		0,09205	0,00434	0,16317	
	Миддендорф	0,003	0,1171					
0.10	Арцыбашев, Южаков	0,0066	0,2636	0,0025	0,09623	0,00432	0,17154	
0,19		0,0015	0,0586					
	Кузьмин	0,0018	0,0711					
		0,0022	0,08786					
0,20	Арцыбашев, Южаков	0,006	0,2510	0,0027	0,11297	0,0043	0,17991	
0,21	Арцыбашев, Южаков	0,0057	0,2510	0,0029	0,1255	0,00428	0,188279	
0,24	Окада	0,0038	0,1883	0,00325	0,16317	0,00442	0,22175	
	Миддендорф	0,006	0,2510					
0,25	1/	0,0043	0,2259					
	Кузьмин	0,0055	0,2887	0,0034	0,17781	0,00424	0,22175	
0,27	Онгстрем	0,00363	0,2050	0,00436	0,24685	0,00415	0,23430	
	Миддендорф	0,006	0,3765	0,0048	0,30124	0,00414	0,25941	
0.20		0,0002	0,01255					
0,30	Кузьмин	0,00045	0,2803					
		0,0050	0,31379					
	Миддендорф	0,006	0,41421	0,0045	0,30961	0,00425	0,29288	
0,33	1/	0,0008	0,05439					
	Кузьмин	0,0045	0,3096					
0,35	Эндрюс	0,00628	0,46023	0,00463 0,33890		0,00456	0,33472	
0,37	Кох, Вегенер	0,0189	0,6276	0,00503	0,38911	0,0046	0,35564	
0,54 Ингерсоль, Кепп		0,00628	0,7113	0,00742	0,8368	0,006	0,67781	

Как показывает таблица 1 и соответствующий ей график (рисунок 3), значения коэффициентов теплопроводности, установленные различными авторами, довольно резко отличаются друг от друга. Например, для плотности 0,19 коэффициент теплопроводности по П. П. Кузьмину в четыре раза меньше коэффициента теплопроводности, полученного С. А. Арцыбашевым. Это несоответствие указывает на недостаточную в настоящее время изученность теплопроводности снега.





Figure 3. Values of snow thermal conductivity coefficients presented by various authors

Почти все исследования касаются снега в естественном состоянии, т. е. сравнительно небольшой плотности, в то время как искусственно уплотнённый снег, соответствующий состоянию снега на зимних дорогах, изучен недостаточно широко.

Для уточнения зависимости коэффициента теплопроводности от плотности в зоне больших значений плотностей авторами поставлены исследования по изучению тепловых свойств снега различной плотности.

2. Материалы и методы

Исследование основывается на основах аналитической теории И положениях теплопроводности сплошной среды при молекулярном переносе теплоты, обусловленном разностью температур между различными частями исследуемого тела, а также теории колёсных транспортных И гусеничных средств: при осуществлении расчётов и аппроксимации полученных экспериментальных данных нами были использованы методы математического анализа и прикладной математики. Полученные зависимости коэффициента теплопроводности плотности температуры описываются полиномиальными ОТ И

зависимостями четвёртого порядка с доверительной аппроксимацией, близкой к единице. Расчёты выполнены с использованием программы Microsoft Excel.

Исследования проводились в морозильной камере, позволяющей поддерживать стационарный температурный режим. Снег с заранее заданной плотностью набивался в деревянные ящики сечением 30×30 см, высотой 50 см. Ящики были снабжены металлическим днищем (рисунок 4) и устанавливались таким образом, чтобы дно соприкасалось с раствором поваренной соли, температура которого поддерживалась постоянной при помощи электрических тэнов, расположенных под днищем поддона, в который был налит раствор. Средняя температура раствора поддерживалась равной -1 °C, температура воздуха -12 °C. Таким образом, снег в ящиках оказывался под воздействием определённого температурного градиента по всей высоте. Вся установка тщательно изолировалась по боковой поверхности. Для измерения температуры воздуха, температуры раствора в поддоне и снега были установлены термопары. В ящиках они были установлены на различных горизонтах на расстоянии 10 см друг от друга. Все провода были выведены в смежную с камерой комнату, где подключались к соответствующей аппаратуре.



Рисунок 4. Схема установки: 1 — термопары; 2 — изоляция; 3 — снег; 4 — раствор NaCl; 5 — электрические нагреватели

Figure 4. Installation diagram: 1 — thermocouples; 2 — insulation; 3 — snow; 4 — NaCl solution; 5 — electric heater elements

Используя данную установку в своих исследованиях, авторы провели наблюдения за процессом возгонки — сублимации и определили значения коэффициента теплопроводности. Для обнаружения процесса сублимации и количественной оценки предложено два метода.

Первый метод — весовой. Предлагаемая начальная плотность снега в образце, известном и одинаковом по всей высоте, взвешиванием в конце опыта определяется изменением плотности по слоям. Очевидно, нижний слой должен показывать некоторое уменьшение, а верхний — некоторое увеличение плотности по слоям. Однако этот метод пригоден лишь при полной однородности снега по плотности в начале опыта. Ввиду трудности соблюдения этого условия авторам пришлось воспользоваться другим методом.

С момента начала опыта, т. е. установки ящика на поддоны с раствором и создания теплового потока через толщу снега, велось непрерывное наблюдение за распределением температуры в снегу, т. е. за скоростью распространения теплового потока. Наблюдения велись до наступления установившегося режима теплопередачи, для которого затем строился график распределения температур по всей высоте образца. Этот график даёт прямую в случае однородного массива снега и ломанную — если снег по слоям не однороден. По истечении двух суток (48 ч) замеры температур проводились снова, и строился новый график. Для возможности сравнения отсчёты в том и другом случае следует производить при установившемся режиме и одинаковых краевых условиях, т. е. при одинаковых температурах верхней и нижней поверхностей снега.

При наличии процесса возгонки в нижних и сублимации в верхних слоях график распределения температур по высоте изменится. В связи с уменьшившейся плотностью теплопроводность нижнего слоя уменьшится, и изменение температуры по высоте внизу станет более резким. Наоборот, в верхних уплотнившихся слоях изменение температуры по высоте будет менее значительным.

Определив в конце опыта плотность по слоям и подсчитав, как будет указано ниже, коэффициенты теплопроводности для снега различной плотности, используя эти данные и график, можно найти коэффициент теплопроводности для каждого слоя в начале опыта. Учитывая функциональную зависимость λ от ρ , можно определить начальную плотность слоя.

По условиям эксперимента тепловой поток через толщу снега в первом и во втором случаях одинаков, толщина слоёв неизменна, поэтому

$$\lambda_1(\Delta\theta)_1 = \lambda_2(\Delta\theta)_2,\tag{5}$$

где индексы 1 и 2 обозначают соответствующие значения теплопроводности в начале и в конце опыта; $\Delta \theta$ — разность температур верхней и нижней поверхностей данного слоя.

Определяя разности температур $(\Delta \theta)_1$ и $(\Delta \theta)_2$ из графиков, зная λ_2 , можно из уравнения (5) легко найти λ_1 , а следовательно, и плотность снега ρ_1 . Сравнение первоначальной плотности ρ_1 с плотностью в конце опыта ρ_2 даёт возможность количественно выразить процесс сублимации.

(**-**)

Что касается второй поставленной задачи, то метод определения коэффициента внутренней теплопроводности λ необходимо подчинить условиям экспериментов для процесса сублимации. Наиболее приемлемым в этом случае оказался методом пластины с использованием имитационного моделирования для установившегося теплового режима. Отсчёты температуры снега по слоям производились при помощи термопар с момента установки образцов до момента установления стационарного режима. По данным наблюдений строились графики градиента температур по высоте для любого момента времени и график изменения температур каждого слоя во времени. По этим данным из основного уравнения теплопередачи Фурье

$$\frac{\Delta\theta}{\Delta t} = a^2 \frac{\Delta^2\theta}{\Delta x^2}$$

Определяется коэффициент температуропроводности a^2 , связанный, как указывалось выше, с коэффициентом теплопроводности λ уравнением

$$a^2 = \frac{\lambda}{\rho c},$$

где *с* — удельная теплоёмкость; *р* — плотность снега.

Для обработки полученных данных и определения

$$\frac{\Delta\theta}{\Delta t}, \frac{\Delta^2\theta}{\Delta x^2}, \frac{\Delta\theta}{\Delta x}.$$

можно воспользоваться также и другими методами:

• Графический метод, применённый Патеном. По построенным кривым находим $\frac{\Delta \theta}{\Delta t}$ и $\frac{\Delta \theta}{\Delta r}$, определяя эти величины углами наклона касательных, проведённых в данной точке

к данным кривым. По найденным значениям $\frac{\Delta \theta}{\Delta t}$ для данного *t* строим кривую зависимости $\frac{\Delta \theta}{\Delta x}$ от *t* и аналогичным приёмом определяем $\frac{\Delta \theta^2}{\Delta x^2}$. Но этот метод имеет большую неточность, поэтому был исключён из рассмотрения.

• Метод, разработанный профессором Шмидтом, широко применяемый для решения задач теплопроводности при неустановившемся режиме, основанный на замене дифференциальных уравнений уравнениями в конечных разностях.

Если имеется образец, разбитый по высоте на слой малой, но конечной толщины Δx (в эксперименте $\Delta x = 0,1$ м), нумеруем эти слои индексами n-1, n, n+1 и т. д. Разбиваем на интервалы Δt , на протяжении каждого из которых температуру любого слоя будем считать постоянной. Отмечаем их индексами: t-1, t, t+1. При этом условии и принятой системе обозначений под $(\theta_n, \theta_n, \theta_n)$ следует понимать температуру в середине *n*-го слоя в течение *t*-го промежутка времени.

В середине *n*-го слоя в момент *t*, согласно рисунку 5, производные температуры по *x* имеют два значения, а именно:

$$(\frac{\Delta\theta}{\Delta x})_{+} = \frac{\theta_{n+1,t} - \theta_{n,t}}{\Delta x},$$
$$(\frac{\Delta\theta}{\Delta x})_{-} = \frac{\theta_{n,t} - \theta_{n-1,t}}{\Delta x}$$



Рисунок 5. График к вычислениям по методу профессора Шмидта

Figure 5. Graph for calculations using the method of Professor Schmidt

Вторая производная от θ по *x* выражается следующим образом:

$$\frac{\Delta\theta^2}{\Delta x^2} = \frac{1}{\Delta x} \{ (\frac{\Delta\theta}{\Delta x})_+ - (\frac{\Delta\theta}{\Delta x})_- \} = \frac{1}{\Delta x} (\frac{\theta_{n+1,t} - \theta_{n,t}}{\Delta x} - \frac{\theta_{n,t} - \theta_{n-1,t}}{\Delta x}),$$

$$\frac{\Delta\theta^2}{\Delta x^2} = \frac{\theta_{n+1,t} + \theta_{n-1,t} - 2\theta_{n,t}}{\Delta x^2}.$$
(6)

Для производной от θ по времени *t* в рассматриваемой точке

$$\frac{\Delta\theta}{\Delta t} = \frac{\theta_{n,t+1} - \theta_{n,t}}{\Delta t}.$$
⁽⁷⁾

Заменяя в уравнении Фурье производные соответствующими уравнениями в конечных разностях, получаем:

$$\frac{\Delta\theta}{\Delta t} = a^2 \frac{\Delta\theta^2}{\Delta x^2}$$

или, подставляя выражения (6) и (7), находим:

$$\theta_{n,t+1} - \theta_{n,t} = a^2 \frac{\Delta t}{\left(\Delta x\right)^2} \cdot 2\left(\frac{\theta_{n+1,t} + \theta_{n-1,t}}{2} - \theta_{n,t}\right).$$

Из этого уравнения находится a^2 и λ . Этот же метод в несколько изменённом виде был применён П. П. Кузьминым при его исследованиях теплопроводности снега. Однако для получения результатов с удовлетворительной точностью надо брать очень малые значения Δx (порядка 2—3 см) и производить наблюдения через малые промежутки времени.

Авторами применён метод аналитического решения дифференциального уравнения Фурье, т. е. составления уравнения распределения температур в образце. Подставляя в полученное уравнение значение $\theta_{x,t}$ на основе имеющихся графиков, решаем его относительно a^2 .

При решении основного уравнения теплопроводности нами были приняты следующие допущения:

1) плотность образца по всей высоте одинакова;

2) коэффициент теплопроводности по всей толщине одинаков и постоянен;

3) начальная температура по всему образцу одинакова;

4) температура верхней и нижней поверхности снега постоянна.

Приводим данное авторами аналитическое решение уравнения теплопроводности:

$$\frac{\Delta\theta}{\Delta t}_{+} = a^2 \frac{\Delta\theta^2}{\Delta x^2}.$$
(8)

Граничные условия: при $x = 0: \theta(_{0,t}) = \theta_1$, при $x = l: \theta(_{l,t}) = \theta_2$. Начальные условия: при $t = 0: \theta(_{x,0}) = \theta_3$.

$$\theta(_{x,t}) = X_{(x)}T_{(t)};$$

$$a^{2}X''T = XT'; \frac{a^{2}X''}{X} = \frac{T'}{T} = -m^{2}; T' + m^{2}T = 0;$$

$$X'' + \frac{m^{2}}{a^{2}}X = 0; T = C_{m^{e-m^{2}t}}; X = A_{m}'\cos\frac{m}{a}x + B_{m}'\sin\frac{m}{a}x,$$

$$\theta_{(x,t)} = \sum e^{-m^{2}t}(A_{m}sos\frac{m}{a}x + B_{m}\sin\frac{m}{a}x) + \theta_{1} + \frac{\theta_{2} - \theta_{1}}{l} \cdot x,$$
(9)

$$\theta_{(0,t)} = \sum e^{-m^2 t} A_m + \theta_1 = \theta_1; A_m = 0,$$
(10)

$$\theta_{(l,t)} = \sum e^{-m^2 t} B_m \sin \frac{m}{a} \cdot l + \theta_2 = \theta_2, \qquad (11)$$

$$\sin\frac{m}{a}l = 0; \frac{m}{a} \cdot l = n\pi; m = \frac{n\pi a}{l},$$

$$\theta_{(x,t)} = \sum_{n=1}^{\infty} B_n \sin\frac{n\pi}{l} \cdot x l^{\frac{-n^2\pi^2 a^2}{l^2} \cdot t} + \theta_1 + \frac{\theta_2 - \theta_1}{l} \cdot x,$$

$$\theta_{(x,0)} = \sum_{n=1}^{\infty} B_n \sin\frac{n\pi}{l} \cdot x + \theta_1 + \frac{\theta_2 - \theta_1}{l} \cdot x = \theta_3.$$
(12)

Множим на $\sin \frac{n\pi}{l} \cdot x$, интегрируем от 0 до *l*:

$$\int_{0}^{l} \sin^{2} \frac{n\pi x}{l} \cdot \Delta x = \frac{l}{\pi} \int_{0}^{\pi} (1 - \cos 2n\xi) \cdot \Delta \xi = \frac{l\pi}{\pi} - \frac{l}{2\pi n} \sin 2n\xi \Big|_{0}^{\pi} = l,$$
$$\frac{\pi x}{l} = \xi; \Delta x = \frac{l}{\pi} \Delta \xi,$$

 $\int_{0}^{l} \sin \frac{n\pi x}{l} \Delta x \Big| = -\frac{l}{n\pi} \cos \frac{n\pi x}{l} \Big|_{0}^{l} \begin{cases} =\frac{2l}{n\pi} \\ =0 \end{cases}$

при *п* нечётном при *п* чётном

$$\int_{0}^{l} x \sin \cdot \frac{n\pi x}{l} = \frac{l^{2}}{\pi^{2}} \cdot \int_{0}^{\pi} \xi \sin(n\xi) \cdot \Delta \xi = \frac{l^{2}}{\pi^{2}} \cdot \left\{ -\frac{1}{n} \cdot \xi \cos \cdot n\xi \Big|_{0}^{\pi} + \frac{1}{n} \int_{0}^{\pi} \cos n\xi \cdot \Delta \xi \right\} =$$
$$= \frac{l^{2}}{\pi^{2}} \left\{ -\frac{(-1)^{n}}{n} \pi + \frac{1}{n^{2}} \sin n\xi \Big|_{0}^{\pi} \right\} = -\frac{l^{2}}{\pi n} (-1)^{n};$$
$$\left[\frac{\pi x}{l} = \xi; \Delta x = \frac{l}{\pi} \Delta \xi \right]$$

1. *п* — нечётное; n = 2k + 1. Из выражения (12) имеем:

$$B_{2k+1}l + \theta_1 \frac{2l}{n\pi} + \frac{\theta_2 - \theta_1}{n\pi l} l^2 = \theta_2 \cdot \frac{2l}{n\pi}$$
$$B_{2k+1} = \frac{2\theta_3 - \theta_2 - \theta_1}{(2k+1) \cdot \pi}.$$

2. *n* — чётное; n = 2k.

$$B_{2kl} + \frac{\theta_2 - \theta_1}{l} \cdot \left(-\frac{l^2}{n\pi}\right) = 0,$$
$$B_{2k} = \frac{\theta_2 - \theta_1}{2k\pi}.$$

Распределение температуры в теле даётся формулой

$$\theta_{(x,t)} = \sum_{n=1}^{\infty} B_n \cdot e^{\frac{\pi^2 a^2 n^2 t}{l^2}} \cdot \sin \frac{n\pi}{l} \cdot x + \theta_1 + \frac{\theta_3 - \theta_1}{l} \cdot x,$$

где коэффициенты B_n также определяются из выражения (12).

Так как *е* ^{*l*} при увеличении *n* быстро убывает, то ограничиваемся двумя членами ряда, и тогда для распределения температуры в теле получаем:

$$\theta_{(x,t)} = \frac{2\theta_3 - \theta_2 - \theta_1}{\pi} \cdot e^{\frac{-\pi^2 a^2 t}{l^2}} \cdot \sin\frac{\pi x}{l} + \frac{\theta_2 - \theta_1}{2\pi} \cdot e^{-\frac{4\pi^2 a^2 t}{l^2}} \cdot \sin\frac{2\pi x}{l} + \theta_1 + \frac{\theta_2 - \theta_1}{l} \cdot x.$$
(13)

Пользуясь формулой (13), можно определить a^2 .

3. Результаты

Подвергнутые исследованию в ящиках образцы снега с плотностью 0,32; 0,34; 0,4; 0,5 были помещены в морозильную камеру. Такая значительная плотность получилась в результате перевозки ящиков, причём распределилась она неравномерно по высоте. Нижние слои оказались значительно плотнее верхних слоёв. В камере они выдерживались в течение двух суток при –14 °C, затем были установлены поддоны, имеющие $\theta = -1$ °C. Наблюдения проводились через каждые 30—60 мин. в течение одних суток. На рисунке 6 приведён график изменения температуры по времени для плотности $\rho = 0,34 \frac{\Gamma}{cM^3}$. Для обработки взят небольшой интервал — от 6,5 до 10,5 ч. Наблюдения велись по трём слоям. Быстрее всего температура устанавливается в нижнем слое. По мере перехода к верхним слоям температура устанавливается более медленно.



Рисунок 6. Экспериментальный график изменения температур снега во времени при плотности 0,34 г/см³

Figure 6. Experimental graph of snow temperature changes over time at a density of 0.34 g/cm^3

Пользуясь уравнением (8), произведём расчёт коэффициента температуропроводности, беря значение $\theta_{x,t}$ с приведённого на рисунке 6 графика.

Начальные условия: $\rho_{cp} = 0.34 \frac{\Gamma}{cM^3}$; $\theta_1 = 0$ °C; $\theta_2 = -9.4$ °C; $\theta_3 = -12$ °C; l = 0.4 м.

По рисунку 6 для первого сечения имеем: x = 0,1 м. По формуле (8)

$$\begin{aligned} \theta_{(x,t)} &= -\frac{9,4}{0,4} \cdot 0, 1 + \frac{-2,12+9,4}{\pi} \cdot e^{\frac{-\pi^2 a^2 t}{0,4^2}} \cdot \sin \frac{0,1\pi}{0,4} - \frac{9,4}{2\pi} \cdot e^{\frac{-4a^2 \pi^2 t}{l^2}} \cdot \sin \frac{2\pi \cdot 0,1}{0,4}. \\ \theta_{(x,t)} &= -2,3-4,71 \cdot 0,707 e^{\frac{-\pi^2 a^2 t}{l^2}} - 1,464 e^{\frac{-4a^2 \pi^2 t}{l^2}}, \\ \theta_{(x,t)} &= -2,3-3,33 e^{\frac{-\pi^2 a^2 t}{l^2}} - 1,464 e^{\frac{-4a^2 \pi^2 t}{l^2}}. \end{aligned}$$

Для точки 1 имеем:

$$t = 9 \,\mathrm{y}; \; \theta_{(0,1;_{0})} = 4,4 \,^{\circ}\mathrm{C}.$$

Пренебрегая вторым членом с показательной функцией, получим:

$$-4, 4 = -2, 3 - 3, 33e^{\frac{-\pi^2 a^2 t}{l^2}},$$
$$e^{\frac{-\pi^2 a^2 t}{l^2}} = \frac{2, 1}{3, 33} = 0,6305.$$

По таблицам

$$\frac{\pi^2 a^2 t}{l} = 0,461,$$
$$a^2 = \frac{0,4 \cdot 0,461}{\pi^2 \cdot 9} = 0,00083$$

Подставляя полученное значение a^2 в член с показателем $\frac{4\pi^2 a^2 t}{l^2}$, находим уточнённое значение a^2 :

$$-4, 4 = -2, 3 - 3, 33e^{\frac{-\pi^2 a^2 t}{l^2}} - 1,464e^{-1,844},$$
$$e^{-1,844} = 0,2315.$$
$$e^{\frac{-\pi^2 a^2 t}{l^2}} = \frac{1,8635}{3,33} = 0,5605,$$
$$\frac{\pi^2 a^2 t}{l^2} = 0,579,$$

$$a^2 = \frac{0, 4^2 \cdot 0,579}{9\pi^2} = 0,00104 \text{ m}^2/\text{ч}.$$

По другим горизонтам подсчёты ведутся аналогично. Необходимые исходные данные для расчёта и результаты, полученные по формуле (13), приведены на рисунках 7—14.



Рисунок 7. График зависимости коэффициента теплопроводности в различных слоях от времени опыта для 1-го ящика (ρ cp. = 0,320 г/см³; $\Theta 1 = 0$ °C; $\Theta 2 = -24$ °C; $\Theta 3 = -12$ °C; 1 = 0,40 м)

Figure 7. Dependence of the thermal conductivity coefficient in different layers on the time of the experiment for 1 box ($\rho cp. = 0.320 \text{ g/cm3}$; $\Theta 1 = 0 \circ C$; $\Theta 2 = -24 \circ C$; $\Theta 3 = -12 \circ C$; 1 = 0.40 m)



Рисунок 8. График зависимости коэффициента теплопроводности в различных слоях от времени опыта для 2-го ящика (ρ cp. = 0,340 г/см³; $\Theta 1 = 0$ °C; $\Theta 2 = -9,4$ °C; $\Theta 3 = -12$ °C; 1 = 0,40 м)

Figure 8. Dependence of the thermal conductivity coefficient in different layers on the time of the experiment for 2 boxes ($\rho cp. = 0.340 \text{ g/cm}^3$; $\Theta 1 = 0 \,^{\circ}\text{C}$; $\Theta 2 = -9.4 \,^{\circ}\text{C}$; $\Theta 3 = -12 \,^{\circ}\text{C}$; 1 = 0.40 m)



Рисунок 9. График зависимости коэффициента теплопроводности в различных слоях от времени опыта для 3-го ящика (ρ cp. = 0,500 г/см³; $\Theta 1 = -1$ °C; $\Theta 2 = -9,7$ °C; $\Theta 3 = -12$ °C; 1 = 0,50 м)

Figure 9. Dependence of the thermal conductivity coefficient in different layers on the time of the experiment for 3 boxes ($\rho cp. = 0.500 \text{ g/cm}^3$; $\Theta 1 = -1 \, ^\circ\text{C}$; $\Theta 2 = -9.7 \, ^\circ\text{C}$; $\Theta 3 = -12 \, ^\circ\text{C}$; 1 = 0.50 m)



Рисунок 10. График зависимости коэффициента теплопроводности в различных слоях от времени опыта для 4-го ящика (ρ cp. = 0,500 г/см³; $\Theta 1 = -1$ °C; $\Theta 2 = -9,7$ °C; $\Theta 3 = -12$ °C; 1 = 0,50 м)

Figure 10. Dependence of the thermal conductivity coefficient in different layers on the time of the experiment for 4 boxes ($\rho cp. = 0.500 \text{ g/cm}^3$; $\Theta 1 = -1^\circ \text{S}$; $\Theta 2 = -9.7 \text{ }^\circ\text{C}$; $\Theta 3 = -12 \text{ }^\circ\text{C}$; 1 = 0.50 m)



Рисунок 11. График зависимости коэффициента теплопроводности в зависимости от расстояния термопар от дна ящика, 1-й ящик

Figure 11. Dependence of the thermal conductivity coefficient on the distance of thermocouples from the bottom of the box, the first box



Рисунок 12. График зависимости коэффициента теплопроводности в зависимости от расстояния термопар от дна ящика, 2-й ящик

Figure 12. Dependence of the thermal conductivity coefficient on the distance of thermocouples from the bottom of the box, the second box



Рисунок 13. График зависимости коэффициента теплопроводности в зависимости от расстояния термопар от дна ящика, 3-й ящик

Figure 13. Dependence of the thermal conductivity coefficient on the distance of thermocouples from the bottom of the box, the third box



Рисунок 14. График зависимости коэффициента теплопроводности в зависимости от расстояния термопар от дна ящика, 4-й ящик

Figure 14. Dependence of the thermal conductivity coefficient on the distance of thermocouples from the bottom of the box, the fourth box

Измерения производились от 9 до 13 ч после начала опыта, т. е. за период, наиболее соответствующий принятым нами краевым условиям. Некоторый рост коэффициента λ с течением времени может быть объяснён тем, что при выводе уравнения принималось, что выравнивание температуры, т. е. установление стационарного режима, происходит в бесконечности, что не соответствует действительности.

На рисунках 15 и 16 приведены значения a^2 и λ , вычисленные для различных плотностей. Плотность принималась как средняя из плотностей слоёв, лежащих ниже уровня, на котором расположена термопара.





Figure 15. Thermal conductivity plot for various densities





Figure 16. Experimental graph of the dependence of the thermal conductivity coefficient for different densities

Анализ графиков на рисунках 15 и 16 показывает, что для плотности не выше 0,35 г/см³ наши экспериментальные данные имеют незначительные расхождения с данными Г. Абельса и зависимость λ и a^2 от плотности ρ может быть выражена формулой

$$a^2 = 0,0133\rho, \lambda = 2,8470\rho^2.$$

Для больших же плотностей эта зависимость не соблюдается, что может быть объяснено тем, что Г. Абельс производил исследования снега в естественном состоянии, когда его плотность не превышает 0,30—0,35 г/см³.

Зависимость λ и *а* от плотности ρ при плотности свыше 0,35 г/см³ может быть выражена следующими соотношениями:

$$a^2 = 0,0165\rho, \lambda = 3,5588\rho^2.$$

Значения λ и a^2 , полученные таким образом для больших плотностей, довольно близки к значениям, полученным ранее Энрюсом (см. таблицу 1 и рисунок 3).

Для наблюдения за процессом сублимации исследуемые образцы содержались под воздействием температурного градиента в течение 5 суток. Несмотря на такой небольшой срок, в образцах произошло перераспределение плотности, о котором можно было судить по измерению коэффициента теплопроводности (рисунок 17).



Рисунок 17. Экспериментальный график изменения температуры снега по высоте образца в начале и в конце опыта плотностью 0,34 г/см³

Figure 17. Experimental graph of snow temperature changes along the height of the sample at the beginning and at the end of the experiment with snow density of 0.34 g/cm^3

Пользуясь предложенным нами методом, произведём расчёт перераспределения плотности для 2-го ящика с конечной средней плотностью 0,34 г/см³.

1. Для нижнего слоя от x = 0 до x = 0,11 м: $\rho = 0,37$ г/см³;

$$\lambda = 2,8470
ho^2 = 0,3897$$
 вт./м К.

Беря из графика (см. рисунок 6) значения ($\Delta \Theta$)₁ и ($\Delta \Theta$)₂, получаем:

$$\lambda_{1} = \frac{\lambda_{2}(\Delta\theta)_{2}}{(\Delta\theta)_{1}} = \frac{0,3897 \cdot 0,85}{0,55} = 0,6023 \text{ BT./M K.}$$
$$\rho_{1} = \sqrt{\frac{\lambda_{1}}{3,5588}} = \sqrt{\frac{0,6023}{3,5588}} = 0,411 \text{ G/cm}^{3}.$$

2. Для слоя от x = 0,11 до x = 0,21 м: $\rho_2 = 0,35$ г/см³;

$$\lambda_2 = \frac{0,4354 \cdot 0,85}{1,1} = 0,3364 \text{ BT./M K}.$$

$$\rho_1 = \sqrt{\frac{0,3364}{2,8470}} = 0,343 \text{ G/cm}^3.$$

3. Для слоя от x = 0,21 до x = 0,31 м: $\rho_2 = 0,35$ г/см³;

$$\lambda_1 = \frac{0,3487 \cdot 2,0}{1,9} = 0,3671 \text{ BT./M K.}$$

 $\rho_2 = \sqrt{\frac{0,3671}{2,8470}} = 0,359 \text{ G/cm}^3.$

4. Для слоя от x = 0,31 до x = 0,41 м: $\rho_2 = 0,34$ г/см³;

$$\lambda_1 = \frac{0,3291 \cdot 2,9}{3,2} = 0,2982 \text{ BT./M K.}$$

 $\rho_1 = \sqrt{\frac{0,2982}{2,8470}} = 0,323 \text{ G/cm}^3.$

Таким образом, за 5 суток произошёл перенос снега вследствие сублимации в количестве 0,135 г/см³ с горизонтов № 1, 2, 3 в лежащие выше слои. Отсутствие промежуточных отчётов и наблюдений при другом температурном градиенте не позволяет составить более детальную картину закономерностей, однако наблюдения показали, что процесс сублимации требует для своего осуществления чрезвычайно небольшого промежутка времени и, следовательно, сублимация может оказать значительное влияние на изменение физико-механических свойств покрытия из снега, широко используемого для устройства временных зимних лесных автомобильных дорог.

4. Заключение и выводы

Коэффициент теплопроводности снега является функцией его плотности. В зоне малых плотностей для выражения коэффициента теплопроводности в зависимости от плотности пригодно уравнение Абельса $\lambda = 2,84512\rho^2$ (вт./м К). В зоне больших плотностей для искусственно уплотнённого снега значение коэффициента теплопроводности выше коэффициента, получаемого из уравнения Абельса. Наши наблюдения позволяют предложить зависимость $\lambda = 3,5564\rho^2$ (вт./м К). Протекание процесса сублимации в снеговом покрове может привести к значительному перераспределению плотности снега и, следовательно, к изменению физико-механических свойств. Так, например, при наличии температурного градиента в 11 °C плотность в нижнем слое в течение 5 суток уменьшилась

на 0,08 г/см³. Отсутствие достаточных экспериментальных данных не позволяет более детально судить о ходе процесса сублимирования.

Результаты исследования позволяют утверждать, что при строительстве временных сезонных зимних автодорог снег необходимо убирать с полотна дороги только при больших снегопадах. Это позволяет к весне накопить мощный слой хорошо уплотнённого снега, обеспечивающий вывозку по дороге до конца сезона. Кроме того, полученные результаты подтверждают рекомендацию о том, что при строительстве снежноуплотнённых дорог снег первоначально необходимо перемешать, а затем уплотнить. Полученная плотная снежная масса под действием сублимации водяных паров, находящихся в промежутках между кристаллами снега, превращается в прочное снежное покрытие, удовлетворяющее современным реалиям используемого лесовозного транспорта на вывозке леса по временным снежным и снежно-ледяным автомобильным дорогам.

Список литературы

- 1. *Борисов В. А., Акинин Д. В., Паюл А. Д.* Некоторые вопросы изменения плотности снега при сжимающей нагрузке // Resources and Technology. 2021. Т. 18, № 3. С. 77—91.
- 2. *Тарабанов М. Г., Коркин В. Д., Сергеев В. Ф.* Влажный воздух: Справ. пособие. М.: НП АВОК, 2004. 50 с.
- 3. Узлов В. А., Шишков Г. И., Щербаков В. В. Основные физические параметры снежного покрова // Труды НГТУ им. Р. Е. Алексеева, 2014. С. 1—11.
- 4. Материалы гляциологических исследований. Международная классификация для сезонно-выпадающего снега (руководство к описанию снежной толщи и снежного покрова). Рус. изд. 2012-2.
- 5. *Рихтер Г. Д.* Снежный покров, его формирование и свойства. М.: Академия наук СССР, 1945. 15 с.
- 6. *Морозов В. С.* Расчёт однослойных зимних автомобильных дорог на прочность // Инновационная наука. 2015. № 11-2. С. 84—88.
- 7. *Аникин А. А., Барахтанов Л. В., Донато И. О.* Физико-механические свойства снега как полотна пути для движения машин // Наука и образование, МГТУ им. Н. Э. Баумана: Электронный журнал. 2010. № 10. С. 1—8.
- 8. *Павлов А. В.* Некоторые вопросы теплофизики снежного покрова // Тепловой баланс леса и поля. М.: Институт географии АН СССР, 1962. С. 186—201.
- 9. Павлов А. В. Теплофизика ландшафтов. Новосибирск: Наука, 1979. 286 с.
- 10. International Critical Tables of Numerical Data, Physics, Chemistry and Technology. Vol. 1-3 / Ed. E. W. Washburn.
- 11. *Чернов Р. А.* Экспериментальное определение теплопроводности глубинной изморози // Лёд и Снег. 2013. № 3 (123). С. 71—77.
- 12. Абельс Г. Суточный ход температуры в снегу и зависимость между теплопроводностью снега и его плотностью // Метеорологический вестник. 1893. Т. 3.
- 13. *Стаховский И. Р.* Методы неравновесной физики в современной сейсмологии: к юбилею Института физики Земли РАН // Пространство и Время. 2018. С. 1—9.
- 14. Леонов Н. И. Миддендорф А. Ф. (1815—1894) / АН СССР. М.: Наука, 1967. 152 с.
- 15. Кузьмин П. П. Физические свойства снежного покрова. Л.: Гидрометеоиздат, 1957. 178 с.
- 16. Снег: Справочник / Под ред. Д. М. Грея, Д. Х. Мэйла. Л.: Гидрометеоиздат, 1986. 751 с.

- 17. Роль снежного покрова в промерзании грунтов / Н. И. Осокин, В. А. Жидков, Р. С. Самойлов [и др.] // Известия РАН. Серия географическая. 2001. № 4. С. 52—57.
- 18. Влияние снежного покрова на теплообмен с подстилающей поверхностью / Н. И. Осокин, Р. С. Самойлов, А. В. Сосновский [и др.] // Оледенение Северной Евразии в недавнем прошлом и ближайшем будущем / Под ред. В. М. Котлякова. М.: Наука, 2007. С. 15—54.
- 19. Котляков В. М., Осокин Н. И., Сосновский А. В. Математическое моделирование тепломассообмена в снежном покрове при таянии // Криосфера Земли. 2004. Т. VIII, № 1. С. 78—83.
- 20. Арцыбашев С. А. Измерение глубинных температур с помощью термостолбика и несколько наблюдений над зимними температурами Ангары // Метеорологический вестник. 1925. № 2.
- 21. Арцыбашев С. А., Южаков В. М. Определение коэффициента теплопроводности снега // Известия Биолого-географического научно-исследовательского института при Государственном Иркутском университете. Иркутск, 1931. Т. 5, вып. 4. С. 39—42.
- 22. Шнейдер П. Инженерные проблемы теплопроводности. М.: Иностранная литература, 1960. 478 с.
- 23. Власов А. Б. Исследование коэффициента температуропроводности электроизоляционных материалов с помощью тепловизора // Известия Российского государственного педагогического университета им. А. И. Герцена, 2004. С. 1—10.
- 24. Соколов А. К. Метод определения температуропроводности и коэффициента теплопроводности по температурам поверхности пластины как полуограниченного тела // Известия высших учебных заведений. Чёрная Металлургия, 2022. С. 57—65.
- 25. Zhen-Dong Cui, Peng-Peng He, Wei-Hao Yang. Mechanical properties of a silty clay subjected to freezing thawing // Cold Regions Science and Technology. 2014. Vol. 98. P. 26—34.
- 26. Взаимодействия биомолекул: новые экспериментальные подходы и методы / Б. И. Веркин, И. К. Янсон, Л. Ф. Суходуб [и др.]. Киев: Наукова Думка, 1985.

References

- 1. Borisov V. A., Akinin D. V., Payul A. D. Some issues of snow density change under compressive load. *Resources and Technology*, 2021, vol. 18, no. 3, pp. 77–91. (In Russ.)
- 2. Tarabanov M. G., Korkin V. D., Sergeev V. F. *Moist Air: Handbook*. Moscow, AVOK, 2004. 50 p. (In Russ.)
- 3. Uzlov V. A., Shishkov G. I., Shcherbakov V. V. Main physical parameters of snow cover. *Proceedings of R. E. Alekseev NSTU*, 2014, pp. 1–11. (In Russ.)
- 4. Materials of glaciological studies. International classification for seasonally falling snow (guide to the description of snow thickness and snow cover). Rus. ed. 2012-2. (In Russ.)
- 5. Richter G. D. *Snow cover, its formation and properties.* Moscow, USSR Academy of Sciences, 1945. 15 p. (In Russ.)
- 6. Morozov V. S. Calculation of single-layer winter roads for strength. *Innovative Science*, 2015, no. 11-2, pp. 84–88. (In Russ.)
- 7. Anikin A. A., Barakhtanov L. V., Donato I. O. Physical and mechanical properties of snow as a road surface for vehicles. *Science and Education. Bauman Moscow State Technical University: Electronic Journal*, 2010, no. 10, pp. 1–8. (In Russ.)
- 8. Pavlov A. V. Some issues of thermal physics of snow cover. *Forest and Field Heat Balance*. Moscow, Institute of Geography of the USSR Academy of Sciences, 1962, pp. 186–201. (In Russ.)
- 9. Pavlov A. V. Thermal physics of landscapes. Novosibirsk, Science, 1979. 286 p. (In Russ.)

- 10. *International Critical Tables of Numerical Data, Physics, Chemistry and Technology*, vol. 1—3. Ed. E. W. Washburn.
- 11. Chernov P. A. Experimental determination of the thermal conductivity of deep frost. *Ice and Snow*, 2013, no. 3 (123), pp. 71–77. (In Russ.)
- 12. Abels G. Diurnal temperature variation in snow and the dependence of snow thermal conductivity on density. *Meteorological Bulletin*, 1893, vol. 3. (In Russ.)
- 13. Stakhovsky I. R. Methods of non-equilibrium physics in modern seismology: on the anniversary of the Institute of the Earth's Physics of the Russian Academy of Sciences. *Space and Time*, 2018, pp. 1—9. (In Russ.)
- 14. Leonov N. I. *Middendorf A. F. (1815—1894)*. Soviet Academy of Sciences. Moscow, Nauka, 1967. 152 p. (In Russ.)
- 15. Kuzmin P. P. *Physical properties of snow cover*. Leningrad, Hydrometeorology Publishing House, 1957. 178 p. (In Russ.)
- 16. Snow: Handbook. Ed. D. M. Grey, D. H. Mayl. Leningrad, Hydrometeoizdat, 1986. 751 p. (In Russ.)
- 17. Osokin N. I., Zhidkov V. A., Samoilov R. S., Sosnovskiy A. B., Chernov P. A. The role of snow cover in ground freezing. *News of the Russian Academy of Sciences. Geographical series*, 2001, no. 4, pp. 52–57. (In Russ.)
- Osokin N. I., Samoilov P. S., Sosnovsky A. B., Zhidkov V. A., Kitaev L. M., Chernov P. A. The effect of snow cover on heat exchange with the underlying surface. *Freezing of Northern Eurasia in the recent past and near future*. Ed. V. M. Kotlyakov. Moscow, Nauka, 2007, pp. 15–54. (In Russ.)
- 19. Kotlyakov V. M., Osokin N. I., Sosnovsky A. V. Mathematical modeling of heat and mass exchange in snow cover during thawing. *Cryosphere of the Earth*, 2004, vol. VIII, no. 1, pp. 78–83. (In Russ.)
- 20. Artsybashev S. A. Measurement of deep temperatures using a heat column and several observations on winter temperatures of the Angara River. *Meteorological Bulletin*, 1925, no. 2. (In Russ.)
- 21. Artsybashev S. A., Yuzhakov V. M. Determination of the thermal conductivity of snow. *Proceedings of the Biological and Geographical Research Institute at the Irkutsk State University.* Irkutsk, 1931, vol. 5, issue 4, pp. 39–42. (In Russ.)
- 22. Schneider P. *Engineering problems of heat conduction*. Moscow, Foreign Literature, 1960. 478 p. (In Russ.)
- 23. Vlasov A. B. Study of the temperature conductivity coefficient of electrical insulation materials using a thermal imager. *Izvestiya of the Russian State Pedagogical University named after* A. I. Herzen, 2004, pp. 1–10. (In Russ.)
- 24. Sokolov A. K. Method for determining the temperature conductivity and thermal conductivity coefficient based on the surface temperatures of a plate as a semi-infinite body. *Proceedings of Higher Educational Institutions*. Black metallurgy, 2022, pp. 57–65. (In Russ.)
- 25. Zhen-Dong Cui, Peng-Peng He, Wei-Hao Yang. Mechanical properties of a silty clay subjected to freezing thawing. *Cold Regions Science and Technology*, 2014, vol. 98, pp. 26—34.
- 26. Verkin B. I., Janson I. K., Sukhodub L. F., Teplytsky A. B. *Interactions of biomolecules: new experimental approaches and methods*. Kyiv, Scientific Thought, 1985. (In Russ.)

© Борисов В. А., Акинин Д. В., Гасилина М. А., Романова А. Р., 2023