

Оперативное планирование выпуска бумаги на основе моделей с интервальными переменными

В. В. Поляков¹,
Р. В. Воронов,
А. В. Визерова

Петрозаводский государственный университет

АННОТАЦИЯ

Формулируется математическая модель с интервальными переменными, на основе которой возможно оперативное планирование выпуска бумаги на целлюлозно-бумажном предприятии.

Ключевые слова: целлюлозно-бумажное предприятие, срочность заказа, раскрой тамбура БДМ, интервальные переменные.

SUMMARY

Mathematical model with interval variables is formulated. Pulp and paper mill can plan paper output according to this model.

Keywords: pulp and paper mill, pressing order, paper roll cutting, interval variables.

Задача оптимального раскрой тамбура бумагоделательной машины (БДМ) в ее классической постановке известна с середины прошлого века и является хорошо изученной. Однако простая модель и сформулированная в ее рамках задача оптимизации не подходят для реального планирования и управления работой комплекса БДМ крупного целлюлозно-бумажного комбината (ЦБК). Для автоматизации производства потребовалось создание новых моделей, адекватно отражающих производственные процессы.

При выпуске бумаги на БДМ получаемое бумажное полотно наматывается на металлический вал, называемый тамбуром. К основным характеристикам раскромов тамбуров БДМ относятся плотность и диаметр, качество выпущенной бумаги. За одну смену работы БДМ производится несколько съёмов тамбура. Съём – это небольшая часть тамбура, которая получается в результате его размотки и резки на продольно-резательном станке (ПРС). Бумажное полотно, получаемое в результате резки на ПРС и наматываемое на гильзу, называется рулоном.

Каждая БДМ характеризуется целым рядом технологических показателей, но с точки зрения рассматриваемых задач интерес представляют лишь некоторые из них. Прежде всего, это длина тамбура БДМ –

именно она определяет общую ширину производимого бумажного полотна. Это полотно в свою очередь с помощью ножей разрезается на отдельные форматы. Бумага наматывается в рулоны некоторого диаметра, упаковывается и отправляется заказчиком. Максимальное количество форматов, на которое можно разрезать тамбур, определяется количеством ножей, имеющихся на ПРС.

При этом каждый заказ характеризуется следующими параметрами: формат; плотность бумаги; диаметр рулонов, при этом рулон заданного диаметра может быть получен из рулона большего диаметра срезанием лишней бумаги; сроки выполнения заказа; объем или верхняя и нижняя границы объема заказа [2].

В соответствии с требованиями заказчика к бумаге для каждого заказа можно выделить одну или несколько приемлемых БДМ, допустимые смены работы БДМ.

Не все раскраиваемые форматы обязательно предназначены для конкретного заказчика. Имеются так называемые стандартные форматы, которые являются ходовыми на внутреннем рынке и могут включаться в раскладки. Выпуск стандартных форматов может быть ограничен либо по массе, либо по их количеству в раскладке, например, не более двух. Среди заказов могут быть срочные, то есть такие, для которых необходимо выпустить бумагу как можно скорее. Это связано с тем, что время простоя вагонов под погрузкой бумаги ограничено.

Перейдем к построению математической модели. Введем обозначения ряда конечных индексных множеств:

N – множество БДМ ЦБК.

M – множество заказов на выпуск бумаги. Считаем, что каждый заказ не содержит в себе других подзаказов.

Каждому заказу $i \in M$ соответствуют:

f_i – формат заказа (см);

N_i – непустое множество допустимых БДМ, подмножество N , чаще всего состоит из одного элемента;

π_i – плотность бумаги (г/см²);

d_i, D_i – нижняя и верхняя границы приемлемых диаметров рулонов бумаги (см);

b_i, B_i – минимальная и максимальная границы объема заказа (в тоннах);

σ_i – максимальное количество рулонов заказа i в схеме раскром;

Каждой БДМ $j \in N$ соответствуют:

L_j – длина тамбура БДМ;

δ_j – максимальная длина кромки (остаток полотна);

¹ Авторы – соответственно доцент, старший преподаватель и аспирант кафедры прикладной математики и кибернетики

R_j – максимальное количество ножей ПРС;

K_j – максимальное количество разных форматов в раскладке.

ξ_j – производительность БДМ (объем выработки бумаги за некоторый промежуток времени, например, за смену).

Любой рулон бумаги производится на конкретной БДМ, имеет определенную плотность и диаметр. Более того, значения этих параметров будут одинаковыми для всех рулонов, выработанных за один съём тамбура.

Раскрой S определяется вектором $A[M, S]$, где A_{is} – количество рулонов длиной f_i при раскрое тамбура по схеме раскроя s . Кроме набора параметров, определяющих содержание задачи, необходимо ввести множество S_j – совокупность раскроев тамбура БДМ с номером j на множество форматов заказов множества M . Множества S_j ($j \in N$) будем считать дизъюнктивными. Обозначим: $j(s)$ – номер БДМ, которой принадлежит раскрой s (т.е. $s \in S_j$).

Для каждой схемы раскроя должен выполняться ряд условий [1], отметим некоторые из них:

1. Если $A_{is} > 0$, то $j(s) \in N_i$, т.е. БДМ j должна быть приемлема для заказа i .

2. При $A_{is} > 0$ и $A_{js} > 0$ необходимо выполнение $\pi_i = \pi_j$ ($i, j \in M$), т.е. все входящие в одну схему раскроя заказы имеют одинаковую плотность бумаги.

3. Существует такой диаметр рулона $d(s)$, что для любого $i \in M$ из условия $A_{is} > 0$ следует $d_i \leq d(s) \leq D_i$, т.е. $d(s)$ является приемлемым диаметром для всех заказов способа раскроя s .

4. Ширина раскраиваемого полотна должна находиться в интервале $[L_j - \sigma_j, L_j]$ ($j = j(s)$):

$$L_j - \delta_j \leq \sum_{i \in M} A_{is} f_i \leq L_j.$$

5. Число различных форматов не должно превышать K :

$$\sum_{i \in M} \text{sign} A_{is} \leq K_j \quad j = j(s).$$

6. Общее число рулонов ограничено числом ножей ПРС:

$$\sum_{i \in M} A_{is} \leq R_j - 1 \quad j = j(s).$$

7. Должно выполняться ограничение на число рулонов одного формата:

$$A_{is} \leq \sigma_i, \quad i \in M.$$

Объединим множества раскроев:

$$S = \bigcup_{j \in N} S_j.$$

Обозначим:

L_s – длина раскраиваемого по схеме s тамбура БДМ

($L_s = L_{j(s)}$).

ω_s – масса одного съема тамбура при использовании способа раскроя s .

ξ_s – производительность БДМ $j(s)$.

Введем переменные задачи:

n_s – количество съёмов тамбура при применении способа раскроя s .

x_s – объем выработки бумаги в течение периода планирования, нарезаемой способом раскроя s (в тоннах).

Объем выработанной бумаги равен произведению массы одного съема на количество съёмов:

$$x_s = \omega_s n_s.$$

Будем предполагать, что объем выработки бумаги пропорционален времени работы БДМ, т.е. машина работает с постоянной производительностью.

Пусть множество заказов M разбито по срочности на μ непересекающихся непустых подмножеств:

$$M = M_1 \cup \dots \cup M_\mu.$$

Будем считать, что заказ i имеет срочность k , если $i \in M_k$. Обозначим через

$$M_k' = \bigcup_{l=1}^k M_l$$

множество заказов срочности не более чем k . Потребуем, чтобы время выполнения заказов срочности 1 было наименьшим, а также для каждого $k = 2, \dots, \mu$ был минимальным промежуток времени между моментами завершения выполнения заказов множеств M_{k-1}' и M_k' . Допускается совместная выработка бумаги для заказов разной срочности. Пусть S^k – все раскрои, для которых минимальная срочность включенных заказов меньше или равна k , S_j^k – подмножество раскроев для БДМ j . Таким образом, все заказы множества M_k' включены в планы раскроев, принадлежащие множеству S^k , $k = 1, \dots, \mu$. Тогда время τ_k , необходимое для выполнения всех заказов $i \in M_k^i$, равно:

$$\tau_k = \max_{j \in N} \sum_{s \in S_j^k} \frac{1}{\xi_j} x_s, \quad k = 1, \dots, \mu.$$

Действительно, $\sum_{s \in S_j^k} x_s$ – общий объем бумаги, выпускаемой на БДМ j способами раскроя из множества S_j^k , а $\frac{1}{\xi_j} \sum_{s \in S_j^k} x_s$ – время работы БДМ j . Так как множество S^k содержит все планы раскroев, содержащих заказы из M_k , то после выработки бумаги способами раскроя из S^k заказы множества M_k выполняются полностью. Взяв максимум по всем $j \in N$, получаем время, затраченное на выпуск продукции, при выработке которой выполняются заказы множества M_k .

Наименьшее значение $\tau_1 = \tau_1^*$ соответствует минимальному времени выполнения всех заказов множества $M_1 = M_1'$:

$$\tau_1^* = \min \left\{ \max_{j \in N} \sum_{s \in S_j^1} \frac{1}{\xi_j} x_s \right\}.$$

Обозначим через τ_k^* минимальное время, необходимое для выполнения всех заказов из M_k' , при условии, что заказы множества M_{k-1}' выполнены за время τ_{k-1}^* :

$$\tau_k^* = \min \left\{ \max_{j \in N} \sum_{s \in S_j^k} \frac{1}{\xi_j} x_s \right\}, \quad k = 2, \dots, \mu.$$

Поиск значений минимальных $\tau_1^*, \dots, \tau_\mu^*$ назовем *задачей наискорейшего выполнения срочных заказов (ЗНВСЗ)*.

Определение: Вектор (a_1, a_2, \dots, a_μ) называется лексикографически большим вектора (b_1, b_2, \dots, b_μ) , если существует такое k , что $a_l = b_l$, $l = 1, \dots, k-1$, и $a_k > b_k$.

Для решения ЗНВСЗ необходимо найти лексикографически минимальный вектор $(\tau_1, \dots, \tau_\mu)$.

Введем в рассмотрение вектор e_k , состоящий из нулей, у которого на k -ом месте стоит единица:

$$e_k = (0, \dots, \underset{k}{1}, 0, \dots, 0).$$

Таким образом, для поиска лексикографически минимального вектора $(\tau_1, \dots, \tau_\mu)$ необходимо решить задачу оптимизации:

$$\begin{aligned} \sum_{k=1}^{\mu} e_k \tau_k &\longrightarrow \min \\ x_s &= \omega_s n_s, \quad s \in S, \\ \sum_{s \in S_j^k} x_s &\leq \xi_j \tau_k, \quad j \in N, \quad k = 1, \dots, \mu, \\ b_i &\leq \sum_{s \in S} \frac{A_{is} f_i}{L_s} x_s \leq B_i, \quad i \in M, \\ n_s &\geq 0, \text{ целые}, \quad s \in S. \end{aligned}$$

Масса одного съема варьируется случайным образом в некоторых пределах. Пусть Θ_s – положительная, не превышающая единицы величина, определяющая относительное отклонение массы съема от ω_s . Тогда неравенства

$$b_i \leq \sum_{s \in S} \frac{A_{is} f_i}{L_s} x_s \leq B_i, \quad i \in M$$

должны выполняться для всех переменных x_s [3], попадающих в интервал

$$x_s \in [\omega_s n_s (1 - \Theta_s); \omega_s n_s (1 + \Theta_s)], \quad s \in S.$$

Значения $\omega_s n_s$, ($s \in S$) являются серединными значениями каждого интервала допустимых значений относительных интервальных переменных x_s [4].

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Кузнецов В. А. Задача определения планов раскроя и распределения заявок с учетом режимов работы группы БДМ / В. А. Кузнецов, Р. В. Воронов // Задачи раскроя в целлюлозно-бумажной промышленности. СПб., 2000. С. 83-96.
2. Кузнецов В. А. Задачи раскроя в целлюлозно-бумажной промышленности / В. А. Кузнецов. СПб., 2000. С. 10-15.
3. Воронов Р. В. О возможности использования задач оптимизации с интервальными решениями в оперативно-диспетчерском управлении / Р. В. Воронов, Е. А. Корольков, В. В. Поляков, С. В. Поляков // Материалы VI международной научно-технической конференции «Новые информационные технологии в ЦБП и энергетике» Петрозаводск: Изд-во ПетрГУ, 2004. С. 81-84.
4. Визерова А. В., Воронов Р. В., Поляков В. В. О задачах линейной оптимизации с относительными интервальными переменными Петрозаводск, 2004. 4 с. Деп. в ВИНТИ 20.01.2005 № 80-B2005.