Решение транспортной задачи в среде Excel-7.0

Ю. Н. Кондратьев[1]
Петрозаводский государственный университет

АННОТАЦИЯ
Статья посвящена оптимизации транспортных перевозок в среде Excel-7. Приведен конкретный пример решения транспортной задачи.

Ключевые слова: *транспортная задача, среда Excel-7.*

SUMMARY
The article is devoted to the problem of transport optimization in software Excel-7. It presents a specific example of the transport problem solution.

Keywords: *transport task, optimization, software Excel-7.*

Решение транспортной задачи, которая связана с оптимизацией перевозок различных грузов, является актуальной задачей.

В настоящее время эта задача решается при помощи программирования на различных алгоритмических языках. В то же время решение этой задачи можно осуществлять более простыми методами в среде Excel-7.0.

Известно, что транспортная задача в общем виде имеет следующую формулировку:

1. Имеется m пунктов отправления (ПО) $A_1, A_2, \ldots, A_m$, в которых сосредоточены запасы каких-то однородных грузов в количестве соответственно $a_1, a_2, \ldots, a_m$ единиц.

2. Имеется n пунктов назначения (ПН) $B_1, B_2, \ldots, B_n$, подавших заявки на получение соответственно $b_1, b_2, \ldots, b_n$ единиц груза.

3. Сумма всех запасов грузов равна сумме всех заявок (равенство 1):

$$\sum_{i=1}^{m} a_i = \sum_{j=1}^{n} b_j , \qquad (1)$$

где $i = 1, 2, \ldots, m$, а $j = 1, 2, \ldots, n$.

4. Известны стоимости $C_{i,j}$ перевозки единицы груза от каждого пункта отправления A_i до каждого пункта назначения B_j.

Все числа стоимости $C_{i,j}$ перевозки единицы груза образуют прямоугольную матрицу (2):

$$\begin{array}{l} C_{1,1}\ C_{1,2}\ldots\ C_{1,n} \\ C_{2,1}\ C_{2,2}\ldots\ C_{2,n} \\ \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \\ C_{m,1}\ C_{m,2}\ldots\ C_{m,n} \end{array} \qquad (2)$$

5. Требуется составить такой план перевозок (откуда, куда и сколько единиц груза), чтобы все заявки были выполнены, а общая стоимость всех перевозок была бы минимальной.

Для решения этой задачи обозначим количество перевозимого груза $X_{i,j}$.

Тогда неотрицательные значения этих переменных можно записать в виде матрицы (3).

$$\begin{array}{l} X_{1,1}\ X_{1,2}\ldots\ X_{1,n} \\ X_{2,1}\ X_{2,2}\ldots\ X_{2,n} \\ \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \\ X_{m,1}\ X_{m,2}\ldots\ X_{m,n} \end{array} \qquad (3)$$

В свою очередь неотрицательные переменные должны удовлетворять следующим условиям:

1) Суммарное количество груза, вывозимого из каждого ПО во все ПН, должно быть равно запасу груза в данном пункте, тогда это даст **m** уравнений-равенств (4):

$$\begin{array}{l} X_{1,1}+X_{1,2}+\ldots+X_{1,n}=a_1 \\ X_{2,1}+X_{2,2}+\ldots+X_{2,n}=a_2 \\ \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \\ X_{m,1}+X_{m,2}+\ldots+X_{m,n}=a_m \end{array} \qquad (4)$$

2) Суммарное количество груза, поступающее в каждый ПН из всех ПО, должно соответствовать заявке каждого пункта назначения, тогда это даст **n** условий-равенств (5):

$$\begin{array}{l} X_{1,1}+X_{2,1}+\ldots+X_{m,1}=b_1 \\ X_{1,2}+X_{2,2}+\ldots+X_{m,2}=b_2 \\ \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \\ X_{1,n}+X_{2,n}+\ldots+X_{m,n}=b_n \end{array} \qquad (5)$$

Тогда целевая функция примет вид (6):

$$Z = \sum_{i=1}^{m} \cdot \sum_{j=1}^{n} C_{i,j} \cdot X_{i,j} \Rightarrow \min \qquad (6)$$

Особенностью транспортной задачи является то, что все коэффициенты при неизвестных $X_{i,j}$ в условиях (4) и (5) равны единицам.

В данной задаче число линейно независимых уравнений равно числу базисных переменных:

$$lu = Bp = m + n - 1, \qquad (7)$$

где lu – число линейно независимых уравнений;
Bp – число базисных переменных,
а число свободных переменных равно:

[1] *Автор – доцент кафедры технологии металлов и ремонта*

$$Sp = m * n - (m + n - 1) = (m - 1) * (n - 1). \quad (8)$$

Следовательно, в оптимальном плане число (m - 1)(n - 1) перевозок будет равно нулю, то есть из каких-то пунктов отправления в какие-то пункты назначения ничего не будет перевозиться.

Решение транспортной задачи в среде Excel-7.0 рассмотрим на конкретном примере с исходными данными, приведенными в табл. 1, то есть имеется три пункта отправления A_i с количеством груза в каждом пункте 35, 45 и 50 единиц.

Требуется перевезти эти грузы в четыре пункта назначения B_j с заявками 30, 10, 65 и 25 единиц со стоимостью перевозок единицы груза из A_i в B_j, представленной в табл. 1.

Для решения задачи в электронную таблицу вводятся исходные данные и записываются условия (табл. 2).

Таблица 1

Условия задачи

Пункт отправления (ПО)		Пункт назначения (ПН)			
обозначение	запас груза	B_1	B_2	B_3	B_4
		Стоимость перевозок $C_{i,j}$, у.е.			
A_1	35	**5**	**13**	**6**	**11**
A_2	45	**4**	**7**	**12**	**8**
A_3	50	**9**	**2**	**3**	**10**
Заявка		30	10	65	25

Таблица 2

Запись условий в ячейку		Запись условий в окно
адрес ячейки	условия	**Поиск решения**
G13	СУММПРОИЗВ(B7:E7;B19:E19)	$G$13=$I$13
G14	СУММПРОИЗВ(B8:E8;B20:E20)	$G$14=$I$14
G15	СУММПРОИЗВ(B9:E9;B21:E21)	$G$15=$I$15
G16	СУММ(B7:B9)	$G$16=$I$16
G17	СУММ(C7:C9)	$G$17=$I$17
G18	СУММ(D7:D9)	$G$18=$I$18
G19	СУММ(E7:E9)	$G$19=$I$19
G20	СУММ(I13:I15)	$G$20=$I$20
G21	СУММ(I16:I19)	$G$21=$I$21

Стоимость перевозок в условных единицах записываем в блок ячеек B13:E15 (табл. 3).

Коэффициенты при неизвестных, равные единицам, заносим в ячейки B19:E21.

В ячейки I13:I15 записываем количество грузов, находящихся в пунктах отправления A_i, а в ячейки I16:I19 заносим количество грузов, требуемых по заявкам пунктов назначения B_j.

В ячейку G7 записываем условия целевой функции:

СУММПРОИЗВ(B7:E9;B13:E15)

Таблица 3

Электронная таблица решения транспортной задачи

№ стр.	A	B	C	D	E	F	G	H	I
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1									
2			Транспортная задача						
3									
4									
5		Значения переменных							
6		X(i,1)	X(i,2)	X(i,3)	X(i,4)		Целевая функция Z	min	
7	35	**10**	**0**	**25**	**0**		620	у.е.	
8	45	**20**	**0**	**0**	**25**				
9	50	**0**	**10**	**40**	**0**				

Продолжение табл. 3

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
10		30	10	65	25				
11		Стоимость перевозок от A_i до B_j							
12		C(i,1)	C(i,2)	C(i,3)	C(i,4)				
13		**5**	**13**	**6**	**11**		35	=	35
14		**4**	**7**	**12**	**8**		45	=	45
15		**9**	**2**	**3**	**10**		50	=	50
16							30	=	30
17		Коэффициенты уравнений					10	=	10
18		k(i,1)	k(i,2)	k(i,3)	k(i,4)		65	=	65
19		**1**	**1**	**1**	**1**		25	=	25
20		**1**	**1**	**1**	**1**		130	=	13 0
21		**1**	**1**	**1**	**1**		130	=	13 0

В результате поиска решения найден оптимальный план перевозок, представленный в ячейках B7:E9 табл. 3, то есть сколько, откуда и куда надо перевезти единиц груза с минимальными затратами, при этом целевая функция составила:

$$Z = 620 \text{ у.е.}$$

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Кондратьев Ю. Н. Оптимизация транспортных перевозок в среде EXCEL-7 // Новые технологии и устойчивое управление в лесах северной Европы: Тез. докл. межд. конф. Петрозаводск: Изд-во ПетрГУ. 2001. С. 66.