

## Моделирование процесса разрушения отходов лесозаготовок

А. Ю. Ломов<sup>1</sup>  
В. И. Марков

Петрозаводский государственный университет

### АННОТАЦИЯ

Статья содержит описание модели разрушения отходов лесозаготовок (отрезков ветвей и сучьев). Разрушение происходит в несколько стадий, под действием сжимающей нагрузки, направленной поперек волокон древесины. В статье приводится краткое описание каждой из них.

**Ключевые слова:** разрушение, отходы лесозаготовок.

### SUMMARY

The article contains the description of model of destruction of waste products of timber cuttings (pieces of branches). Destruction occurs in some stages, under action of compressing loading on the wood directed across fibres. In article the brief description of them is presented.

**Keywords:** destruction, waste products of timber cuttings.

### ВВЕДЕНИЕ

В условиях нарастающего дефицита в древесине реальным направлением решения этого вопроса является вовлечение в переработку отходов лесозаготовок в виде сучьев, ветвей, вершин и т. п. Имеются предпосылки для практического использования дефрагментированной древесины в качестве исходного компонента при разработке принципиально новых материалов и изделий из них, например, экологически чистых плит. В связи с возможным появлением таких материалов на основе длиноволокнистых фракций древесины и соответствующих технологий представляет интерес исследовать деление древесины на технологические фрагменты при сжатии, изучить сам процесс деструкции древесины при поперечном нагружении.

### СОДЕРЖАНИЕ

Моделирование процесса разрушения отходов лесозаготовок (отрезков ветвей и сучьев) под действием сжимающей нагрузки, направленной поперек волокон древесины, может быть описано по стадиям.

При моделировании учитывались следующие допущения:

1. Процесс разрушения носит многостадийный характер.
2. Разрушение происходит при приложении к образцу сжимающей нагрузки.
3. Образцы однородны по своей структуре и обладают трансверсальной изотропией.
4. Зависимости между напряжениями и деформациями имеют линейный характер до момента возникновения трещины (хрупкое разрушение), выражающийся обобщенным законом Гука.
5. Условием локального разрушения тела (срагивания трещины) является равенство коэффициента интенсивности напряжений  $K_I$  его критическому значению  $K_{IC}$ .
6. Идеализированные образцы имеют форму цилиндра с радиусом окружности в поперечном сечении, равным среднему радиусу образца в его поперечном сечении.

Нами предложена модель многостадийного разрушения, идеализированная диаграмма которой представлена на рис. 1.

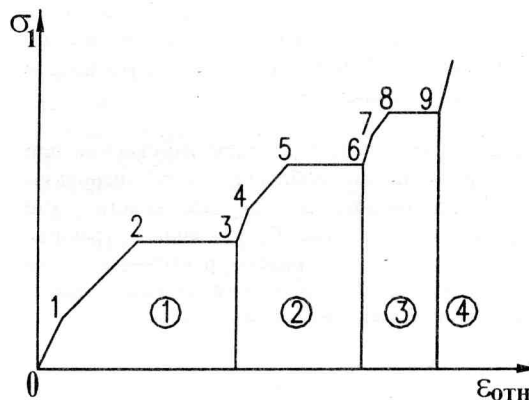


Рис. 1. Идеализированная диаграмма многостадийного процесса разрушения отходов лесозаготовок

На данной диаграмме участки 0-1, 1-2, 2-3 соответствуют первым трем стадиям разрушения, из которых состоит первый цикл (цифра 1 в кружке). Далее стадии последовательно повторяются, составляя последующие циклы разрушения.

Обозначения точек соответствуют следующим явлениям: точка 1 — момент возникновения трещины; точка 2 — момент полного раскрытия трещины; 3 — момент, когда заканчивается переориентация образовавшихся частиц. В дальнейшем эти точки последовательно повторяются.

Рассмотрим стадии разрушения более детально.

*Первая стадия* длится от начала приложения нагрузки к образцу до момента возникновения первой трещины. Зависимость между напряжениями и деформациями на данной стадии (исходя из сле-

<sup>1</sup> Авторы — соответственно преподаватель и доцент кафедры промышленного транспорта и геодезии

ланных допущений) можно описать, используя математический аппарат теории упругости.

Для определения напряжений в произвольной точке  $M$  можно воспользоваться готовым решением аналогичной задачи в теории упругости (сжатие круглой пластины). Круглая пластина (рис. 2а), толщина которой равна единице, сжимается двумя силами  $P$ , направленными по ее диаметру  $O_1O_2$ . Формулы для определения напряжений в произвольной точке  $M$ , полярные координаты которой относительно диаметра  $O_1O_2$  составляют значения углов  $\theta_1$  и  $\theta_2$  и радиусов  $r_1$  и  $r_2$ , выглядят следующим образом [1]:

$$\begin{aligned} \sigma_{11} &= -\frac{2P}{\pi} \left( \frac{\cos^3 \theta_1}{r_1} + \frac{\cos^3 \theta_2}{r_2} - \frac{1}{d} \right), \\ \sigma_{22} &= -\frac{2P}{\pi} \left( \frac{\sin^2 \theta_1 \cos \theta_1}{r_1} + \frac{\sin^2 \theta_2 \cos \theta_2}{r_2} - \frac{1}{d} \right), \\ \tau_{12} &= \frac{2P}{\pi} \left( \frac{\sin \theta_1 \cos^2 \theta_1}{r_1} + \frac{\sin \theta_2 \cos^2 \theta_2}{r_2} \right). \end{aligned} \quad (1)$$

Анализируя вышеприведенные формулы, необходимо отметить, что максимальные значения нормальные растягивающие напряжения принимают по направлению диаметра  $O_1O_2$ , то есть первичная трещина возникнет в этом сечении. Необходимо также отметить, что в данном направлении (растяжение поперек волокон) древесина хвойных пород обладает наименьшей прочностью – от 2,5 до 4 МПа в зависимости от направления приложения нагрузки (тангенциальное, радиальное).

Далее осуществляем пересчет полученных напряжений к главным по следующим формулам [2]:

$$\begin{aligned} \sigma_1 &= 0.5 \left[ (\sigma_{11} + \sigma_{22}) + \sqrt{(\sigma_{11} - \sigma_{22})^2 + 4\tau_{12}^2} \right], \\ \sigma_2 &= 0.5 \left[ (\sigma_{11} + \sigma_{22}) - \sqrt{(\sigma_{11} - \sigma_{22})^2 + 4\tau_{12}^2} \right]. \end{aligned} \quad (2)$$

Появлению трещины благоприятствуют следующие моменты: наличие сердцевинных лучей (разрыв слабых клеток сердцевинного луча в поперечном направлении); наличие в данном сечении такого элемента строения древесины, как сердцевина (предел прочности на порядок ниже, чем у ствольной древесины), которая обладает рыхлой структурой и является наименее прочным элементом строения древесины наряду с сердцевинными лучами.

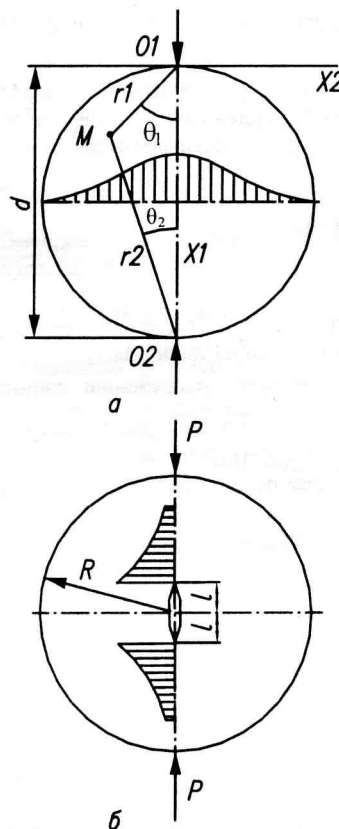


Рис. 2. Схемы приложения нагрузки и эпюры растягивающих напряжений: а – первая стадия; б – вторая стадия

Вторая стадия длится от момента возникновения трещины (рис. 2б) до момента потери целостности образца или до момента полного раскрытия трещины.

Здесь также необходимо отметить роль первичного дефекта. За такой дефект в древесине ветвей и сучьев можно принять элемент их строения – сердцевину.

При математическом описании данной стадии применяем методы механики разрушения [3].

Условием локального разрушения тела (стагивания трещины) является равенство коэффициента интенсивности напряжений  $K_I$  его критическому значению  $K_{IC}$ . Таким образом, для распространения трещины отрыва необходимо, чтобы выполнялось условие  $K_I \geq K_{IC}$ .

Применительно к отходам лесозаготовок (ветвям и сучьям) в справочной литературе и литературных источниках данные по  $K_{IC}$  нам не встречались. Таким образом, их необходимо определить экспериментальным путем.

При экспериментальном определении критического коэффициента интенсивности напряжений требуется определить критическое напряжение, при котором начинается лавинообразный рост трещи-

ны, также необходимо узнать длину начальной трещины.

Зная критическое растягивающее напряжение и длину трещины, критический коэффициент можно определить по следующей формуле:

$$K_{IC} = Y_I(l) \sigma_I^{(2)} \sqrt{\pi l}, \quad (3)$$

где  $Y_I(l)$  - функция, зависящая от геометрической формы детали и длины трещины;

$\sigma_I^{(2)}$  - действующее напряжение растяжения в точке 2 (см. рис. 1), которое раскрывает трещину;  $l$  - длина (полудлина) трещины.

$Y_I(l)$  определяем по следующей формуле [4]:

$$Y_I(l) = \frac{1}{\sqrt{1-\lambda^2}} \cdot \left( 1 + \lambda^2 - \frac{7\lambda^2}{8} + \frac{\lambda^6}{2} - \frac{59\lambda^8}{128} + \frac{\lambda^{10}}{128} - 0,3447\lambda^{12} \right), \quad (4)$$

где  $\lambda = l/R$  - относительная длина трещины.

При математическом описании модели на второй стадии необходимо знать и относительную деформацию, при которой произойдет полное раскрытие трещины. Эти данные также требуют экспериментального определения.

В конце второй стадии образуются два сегмента, которые начинают воспринимать сжимающую нагрузку. Разрушение этих сегментов будет происходить также от максимальных растягивающих напряжений, что видно из рис. 3а. На этом рисунке показано распределение нормальных напряжений и черным цветом показаны максимальные растягивающие напряжения, от которых и должно произойти разрушение образца (появление очередной трещины). Происходит выпучивание сегмента и затем появляется трещина (рис. 3б).

В случае потери устойчивости сегмента трещина не успевает образоваться и происходит сдвиг сегментов относительно друг друга.

Нормальные напряжения, показанные на рис. 3, рассчитывались методом конечных элементов по программе «Зенит» (темная область на рис. 3 соответствует max растягивающим напряжениям).

*Третья стадия* длится от момента полного раскрытия первоначальной трещины до момента восприятия нагрузки частицами, переориентировавшимися за это время.

Для этой стадии характерно постоянство напряжения, то есть увеличивается только деформация. В качестве моделей, описывающих разрушение образца на третьей стадии первого цикла, нами пред-

ложены идеализированные модели, учитывающие геометрические параметры образца.

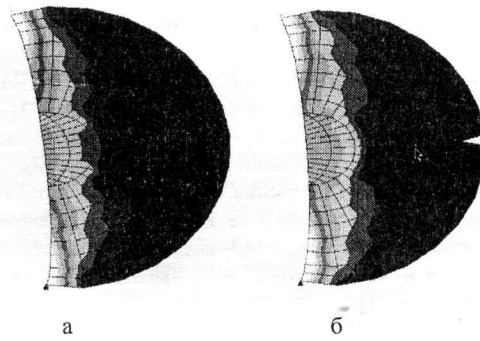


Рис. 3. Распределение нормальных напряжений в сегменте древесины: а - в момент полного раскрытия первичной трещины; б - в момент образования вторичной трещины

Для первой модели будем считать, что в момент окончания переориентации частиц они примут форму прямоугольников (рис. 4а) с шириной  $b$ , равной радиусу  $R$  первоначального образца. При этом полагаем, что сумма площадей данных прямоугольников равна площади поперечного сечения идеализированного образца, то есть площади окружности с радиусом  $R$ .

Для того чтобы ее определить, необходимо высчитать высоту прямоугольников  $h$ , исходя из равенства площадей:

$$h = \frac{\pi R^2}{2R} \approx 1,571R. \quad (5)$$

Получаем, что абсолютная деформация в конце третьей стадии равна разности высоты прямоугольника  $h$  и диаметра  $D$ . Относительная деформация будет равна отношению абсолютной деформации к диаметру и с учетом предыдущей формулы составит:

$$\varepsilon_{отн} = \frac{h - D}{D} \approx -0,215. \quad (6)$$

Знак «минус» в этой формуле означает, что относительная деформация является деформацией сжатия.

Также была предложена еще одна идеализированная модель (рис. 4б), но в ней предполагалось, что частицы после разрушения принимают форму, близкую к окружности, и их площади поперечного сечения будут равны половине первоначальной площади поперечного сечения образца, как показано на указанном рисунке.

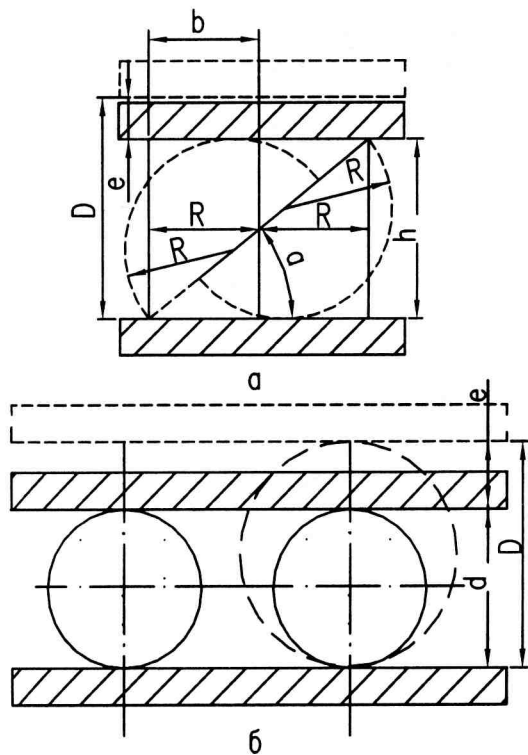


Рис. 4. Частицы, получаемые на третьей стадии:  
а – первая модель; б – вторая модель

При этих условиях абсолютная деформация будет равна разности диаметра первоначального образца  $D$  и диаметра полученной идеализированной частицы  $d$ . Диаметр полученных после разрушения частиц определяется по следующей формуле:

$$d = \sqrt{\frac{D^2}{2}} \approx 0.707 D. \quad (7)$$

Относительная деформация составит

$$\epsilon_{\text{отн}} = \frac{d - D}{D} \approx -0.293. \quad (8)$$

Анализируя формулы (6) и (8), необходимо отметить, что по второй модели относительная деформация почти на 8% больше.

В целом эти три стадии разрушения последовательно повторяются, то есть разрушение образца должно происходить в несколько циклов (цифра в кружке), что видно из идеализированной диаграммы разрушения, представленной на рис. 1.

Описание остальных циклов разрушения и соответствующих стадий может быть выполнено на основе предложенных зависимостей.

Результаты исследований, представленные в виде модели многостадийного разрушения, позволяют разработать рекомендации для дальнейших исследований в области рационального использования отходов лесозаготовок.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Демидов С. П. Теория упругости: Учебник для вузов. М.: Высш. школа, 1979. 432 с.
2. Беляев Н. М. Сопротивление материалов. М.: Главная редакция физико-математической литературы изд-ва «Наука», 1976. 608 с.
3. Питухин А. В. Вероятностно-статистические методы механики разрушения и теории катастроф в инженерном проектировании. Петрозаводск: Изд-во ПетрГУ, 1998. 304 с.
4. Механика разрушения и прочности материалов: Справ. пособие: В 4 т. / Под общ. ред. В. В. Панасюка. Киев: Наук. думка, 1988.