

Расчет на ЭВМ показателей долговечности лесных машин по результатам их незавершенных испытаний

Питухин А.В.¹
Шиловский В.Н.
Серебрянский Н.И.

Петрозаводский государственный университет

В статье излагается основанный на методе Нельсона математический аппарат и последовательность расчета на ЭВМ среднего и гамма-процентного ресурса по случайно усеченным данным без замен. В основу положен параметрический метод. Рассматриваются законы нормального распределения, логарифмически нормальный закон и распределение Вейбулла.

Ключевые слова: показатели долговечности, гамма-процентный ресурс, цензурированная выборка, закон распределения.

ВВЕДЕНИЕ

При проведении ресурсных испытаний часто складывается ситуация, в которой часть машин, не доработав до предельного состояния, снимается с наблюдения. При этом имеют место случайно усеченные данные (так называемая цензурированная выборка). Обработка их стандартными методами математической статистики невозможна. Для расчета среднего и гамма-процентного ресурсов в этом случае применяются графоаналитические методы, основанные на линеаризации зависимости факториального и результативного признаков. Расчет показателей на ЭВМ с использованием подобных методов затруднителен и неточен. В данной статье излагаются основанный на методе Нельсона [1,2] математический аппарат и последовательность расчета на ЭВМ среднего и гамма-процентного ресурса по случайно усеченным данным без замен.

МЕТОДИКА РАСЧЕТА

Сущность метода заключается в оценке интегральной функции $W(L)$ интенсивности замен, определяемой по формуле:

$$W(L) = \sum_{i=1}^M I_i, \quad (1)$$

где

M - число машин, имеющих наработку до предельного состояния (имеющих ресурсный отказ);
 L - наработка машины с ресурсным отказом;

$$I = 1/q, \quad (2)$$

где
 q - условный номер машины с ресурсным отказом;

$$q = N - K + 1, \quad (3)$$

где
 N - общее число машин, поставленных на испытание;

K - порядковый номер машины с ресурсным отказом в общем порядке поставленных на испытание машин.

Функция $W(L)$ интенсивности замен связана с эмпирической функцией распределения ресурсов $F(L)$ выражением:

$$W(L) = -\ln(1 - F(L)). \quad (4)$$

По рассчитанной функции $W(L)$ определяется функция $F(L)$. При предположении справедливости гипотезы о принадлежности опытных данных к нормальному закону можно записать выражение для квантиля нормального закона распределения U :

$$U = \frac{L - L_{\text{ср}}}{\sigma} \quad \text{или} \quad U = \frac{1}{\sigma} L - \frac{L_{\text{ср}}}{\sigma}, \quad (5)$$

где

$L_{\text{ср}}$ - оценка среднего ресурса испытываемых машин;

σ - оценка среднего квадратического отклонения ресурса.

Квантили функции нормального распределения имеют линейную зависимость от наработки L . С другой стороны, используя опытные данные, можно получить уравнение однофакторной линейной регрессии вида:

$$Y = B_0 + B_1 X, \quad (6)$$

в которой факториальным признаком является наработка L , результативным - квантиль U . Сравнивая уравнения (5) и (6), имеем:

$$L_{\text{ср}} = -\frac{B_0}{B_1}; \quad \sigma = \frac{1}{B_1} \quad (7)$$

По формулам (7) рассчитываются соответствующие оценочные параметры распределения ресурса при принятии гипотезы о принадлежности опытных данных к нормальному закону.

При предположении справедливости гипотезы о логарифмически нормальном распределении факториальным признаком будет являться логарифм наработки $\ln L$. Параметры логарифмически нормального закона определяются:

¹ Авторы, соответственно, заведующий и доценты кафедры технологии металлов и ремонта
© А.В.Питухин, В.Н.Шиловский,
Н.И.Серебрянский, 1996

$$\ln L = -\frac{B_0}{B_1}; \sigma_{\ln L} = \frac{1}{B_1} \quad (8)$$

При любом законе распределения справедлива формула:

$$F(L) = 1 - \text{EXP}(-W(L)) \quad (9)$$

При распределении Вейбулла функция распределения имеет вид:

$$F(L) = 1 - \text{EXP}\left(-\left(\frac{L}{a}\right)^n\right), \quad (10)$$

где

a - параметр масштаба.

n - параметр формы распределения Вейбулла.

Сравнивая уравнения (9) и (10), имеем

$$W(L) = \left(\frac{L}{a}\right)^n \quad (11)$$

Логарифмируя выражение (11), получаем:

$$\lg W(L) = n(\lg L - \lg a) \quad (12)$$

Выражение (12) показывает, что логарифмы интегральной функции интенсивности замен имеют линейную зависимость от логарифмов наработки.

При предположении справедливости гипотезы о принадлежности опытных данных к закону Вейбулла можно получить уравнение вида (6) линейной регрессии, в котором факториальным признаком является логарифм наработки, результативным - логарифм функции интенсивности замен.

Сравнивая уравнения (6) и (12), имеем:

$$n = B_1; a = 10^{(-B_0/B_1)} \quad (13)$$

По выражению (13) определяются оценочные параметры распределения Вейбулла. По ним рассчитываются оценочные показатели ресурса при подтверждении гипотезы о принадлежности опытных данных к распределению Вейбулла.

$$L_{cp} = a \Gamma\left(1 + \frac{1}{n}\right) \quad (14)$$

$$\sigma^2 = a^2 \left\{ \Gamma\left(1 + \frac{2}{n}\right) - \left[\Gamma\left(1 + \frac{1}{n}\right) \right]^2 \right\}, \quad (15)$$

где

Γ - символ гамма-функции Эйлера.

Коэффициенты B_0 и B_1 линейной регрессии определяются методом Крамера.

$$B_0 = \frac{\sum X_i^2 \cdot \sum Y_i - \sum X_i Y_i \cdot \sum X_i}{M \sum X_i^2 - \sum X_i \cdot \sum X_i}$$

$$B_1 = \frac{M \sum X_i Y_i - \sum X_i Y_i}{M \sum X_i^2 - \sum X_i \cdot \sum X_i} \quad (16)$$

где

$\sum X_i$ - сумма факториального признака

при $i = 1, M$;

$\sum Y_i$ - сумма результативного признака

при $i = 1, M$.

Доверительный интервал δ математического ожидания определяется по формуле:

$$\delta = \frac{\sigma}{\sqrt{M}} t(P, M-1) \quad (17)$$

где

$t(P, M-1)$ - квантиль распределения Стьюдента,

соответствующий вероятности P и числу степеней свободы $M-1$;

P - доверительная вероятность.

Для выбора закона распределения опытных данных рассчитывается оценка коэффициента γ корреляции по каждой проверяемой гипотезе:

$$\gamma = \frac{(XY)_{cp} - X_{cp} Y_{cp}}{\sigma_x \sigma_y} \quad (18)$$

Выбирается закон распределения, при котором коэффициент корреляции наибольший. Оценки гамма-процентного ресурса определяются по уравнению регрессии выбранного закона распределения.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

По изложенной последовательности аналитического расчета оценочных показателей ресурса составлена программа для ЭВМ на языке FORTRAN. Для решения задачи в компьютер вводятся данные: количество машин, поставленных на испытание; количество машин, имеющих по результатам испытаний ресурсный отказ; порядковые номера машин с ресурсным отказом; наработки машин с ресурсным отказом; доверительная вероятность.

Выходные величины: параметры распределений нормального, логнормального, Вейбулла; точечные и интервальные оценки ресурсных показателей.

ЛИТЕРАТУРА

1. Nelson W. Theory and Application of Hazard of Plotting for Censored Failure Data // Technometrics . 1972. V.14. N4. H.945-965.
2. Методические указания для определения показателей долговечности изделий по результатам незавершенных испытаний или наблюдений. М.: ОНТИ-НАТИ, 1980.