

## Аналитические формулы для проектирования теплоаккумулирующих систем

М. И. Куколев<sup>1</sup>  
Ю. К. Кукелев  
Л. А. Луценко

Петрозаводский государственный университет

Предлагается аналитическое описание процессов в теплоаккумулирующих системах в зависимости от безразмерной скорости передвижения границы фазового перехода для формы ячейки аккумулятора в виде пластины.

**Ключевые слова:** тепловой аккумулятор, граница фазового перехода.

### ВВЕДЕНИЕ

Повышение интереса к развитию энергосберегающих устройств в современном мире закономерно приводит к поиску новых методов их расчета и моделирования.

В последнее десятилетие активно развиваются методы расчета теплоаккумулирующих систем с фазовым переходом твердое тело - жидкость. Это объясняется потенциальной привлекательностью подобных систем для аэрокосмической техники [1 - 4], экологически чистых наземных источников энергии [5] и для систем предпускового разогрева автомобильных двигателей в условиях низких температур [6, 7].

Особый интерес представляет развитие аналитических инженерных методов расчета, позволяющих уже на начальных этапах проектирования при ограниченном числе исходных данных получать наглядные зависимости основных параметров устройства от изменения схемно-компоновочных решений и условий работы. В исследованиях многих авторов отмечалась целесообразность развития направления проектирования, опирающегося на эксергетический метод [3, 4, 8]. Однако эксергетический анализ процессов в тепловых аккумуляторах (ТА) до настоящего времени рассматривал отдельно друг от друга как сами процессы, так и конструктивные формы ячеек с теплоаккумулирующим материалом (ТАМ) [9, 10]. Для каждого случая выводились свои формулы, которые зачастую требовали численных методов расчета. В то же время изменение конструктивной схемы ТА приводило к необходимости создания новой расчетной модели, что затрудняло проведение сравнения различных схем на ранних этапах проектирования и увеличивало время счета на ЭВМ.

<sup>1</sup> Авторы - соответственно ведущий инженер кафедры технологии металлов и ремонта, доцент кафедры промышленной теплотехники и энергосбережения, студент ЛИИФа

Данная работа является логическим продолжением исследования [1, 11], где была показана возможность получения аналитических зависимостей для описания процессов в ячейках ТА различных конструктивных схем с помощью скорости перемещения границы расплава. Выведены формулы эксергетического коэффициента полезного действия для заряда и разряда, являющиеся универсальными для различных процессов теплообмена.

### МОДЕЛЬ

На рис. 1 и 2 схематично показаны процессы заряда и разряда ячейки ТА в форме пластины.

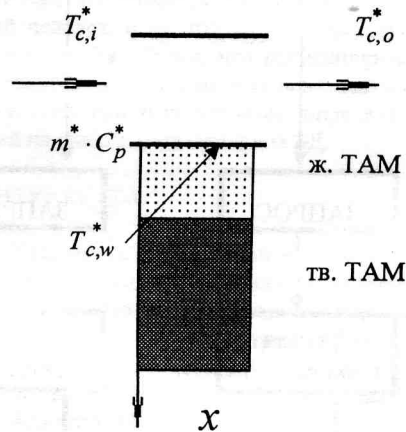


Рис. 1. Заряд ячейки

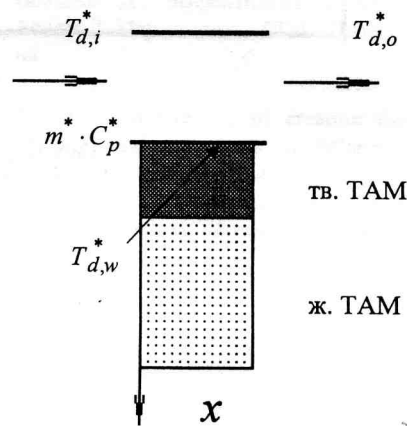


Рис. 2. Разряд ячейки

Примем, что сразу за периодом заряда следует разряд. В исходном состоянии ТАМ имеет однородное распределение температуры. Она равна  $T_m$ . При заряде поверхность ТАМ соприкасается с горячим потоком теплоносителя канала, при разряде - с холодным. Влияние на картину теплообмена стенки канала незначительно. Для процессов заряда и разря-

да расходное теплосодержание теплоносителя  $m^* \cdot C_p^*$  постоянно. Рассматривается случай, когда число Стефана много меньше единицы.

Считая процессы теплообмена одномерными, запишем системы уравнений для заряда:

$$\begin{cases} m^* \cdot C_p^* \cdot (T_{c,i}^* - T_{c,o}^*) = K_c^* \cdot F^* \cdot (T_{c,o}^* - T_{c,w}^*) \\ K_c^* \cdot \eta_c \cdot (T_{c,o}^* - T_{c,w}^*) = \frac{\lambda_l^*}{X_c^*} \cdot (T_{c,w}^* - T_m^*) \\ \frac{\lambda_l^*}{X_c^*} \cdot (T_{c,w}^* - T_m^*) = \rho_l^* \cdot L^* \cdot w_c^* \end{cases} \quad (1)$$

и соответственно для разряда:

$$\begin{cases} \rho_s^* \cdot L^* \cdot w_d^* \cdot \eta_d = \frac{\lambda_s^*}{X_d^*} \cdot (T_m^* - T_{d,w}^*) \\ \frac{\lambda_s^*}{X_d^*} \cdot (T_m^* - T_{d,w}^*) = K_d^* \cdot (T_{d,w}^* - T_{d,o}^*) \\ m^* \cdot C_p^* \cdot (T_{d,o}^* - T_{d,i}^*) = K_d^* \cdot F^* \cdot (T_{d,w}^* - T_{d,o}^*) \end{cases} \quad (2)$$

В уравнениях (1) и (2)  $K^*$ ,  $\rho^*$ ,  $L^*$ ,  $T_m^*$ ,  $F^*$  являются постоянными.

Введем безразмерные величины для относительных температур стенки:

$$\Theta_{c,w} = \frac{T_{c,w}^* - T_m^*}{T_{c,i}^* - T_m^*}, \quad \Theta_{d,w} = \frac{T_m^* - T_{d,w}^*}{T_m^* - T_{d,i}^*},$$

относительных температур на выходе из ячейки:

$$\Theta_{c,o} = \frac{T_{c,o}^* - T_m^*}{T_{c,i}^* - T_m^*}, \quad \Theta_{d,o} = \frac{T_m^* - T_{d,o}^*}{T_m^* - T_{d,i}^*},$$

времен процессов заряда и соответственно разряда:

$$\tau_c = \frac{t_c^* \cdot K_c^{*2} \cdot (T_{c,i}^* - T_m^*)}{\lambda_l^* \cdot \rho_l^* \cdot L^*},$$

$$\tau_d = \frac{t_d^* \cdot K_d^{*2} \cdot (T_m^* - T_{d,i}^*)}{\lambda_s^* \cdot \rho_s^* \cdot L^*},$$

скоростей передвижения границы фазового перехода:

$$w_c = w_c^* \cdot \frac{\rho_l^* \cdot L^*}{K_c^* \cdot (T_{c,i}^* - T_m^*)},$$

$$w_d = w_d^* \cdot \frac{\rho_s^* \cdot L^*}{K_d^* \cdot (T_m^* - T_{d,i}^*)}.$$

Учтем, что безразмерная толщина слоя при заряде:

$$\frac{K_c^* \cdot X_c^*}{\lambda_l^*} = w_c \cdot \tau_c,$$

и разряде:

$$\frac{K_d^* \cdot X_d^*}{\lambda_s^*} = w_d \cdot \tau_d.$$

В свою очередь числа теплопередачи:

$$N_c = \frac{K_c^* \cdot F^*}{m^* \cdot C_p^*}, \quad N_d = \frac{K_d^* \cdot F^*}{m^* \cdot C_p^*}.$$

В первом приближении принимаем  $N_c = N_d$ .

Теперь можно переписать системы уравнений (1), (2) в безразмерном виде:

$$\begin{cases} \Theta_{c,w} = w_c^2 \cdot \tau_c \\ \Theta_{c,w} = w_c \cdot \tau_c \cdot \eta_c \cdot (\Theta_{c,o} - \Theta_{c,w}) \\ 1 - \Theta_{c,o} = N_c \cdot (\Theta_{c,o} - \Theta_{c,w}) \end{cases} \quad (3)$$

и

$$\begin{cases} \Theta_{d,w} = w_d^2 \cdot \tau_d \cdot \eta_d \\ \Theta_{d,w} = w_d \cdot \tau_d \cdot (\Theta_{d,o} - \Theta_{d,w}) \\ 1 - \Theta_{d,o} = N_d \cdot (\Theta_{d,o} - \Theta_{d,w}) \end{cases} \quad (4)$$

Решением систем (3) и (4) являются:

1. Выражения для безразмерной скорости передвижения границы раздела фаз при заряде

$$w_c = \left[ a_c^2 + \frac{1}{\tau_c} \right]^{0,5} - a_c, \quad (5)$$

$$\text{где } a_c = 0,5 \cdot \frac{N_c + 1}{\tau_c \cdot \eta_c},$$

и разряде

$$w_d = \left[ a_d^2 + \frac{1}{\tau_d \cdot \eta_d} \right]^{0,5} - a_d, \quad (6)$$

$$\text{где } a_d = 0,5 \cdot \frac{N_d + 1}{\tau_d}.$$

### 2. Безразмерные относительные температуры стенки

$$\Theta_{c,w} = w_c^2 \cdot \tau_c, \quad (7)$$

$$\Theta_{d,w} = w_d^2 \cdot \tau_d \cdot \eta_d. \quad (8)$$

### 3. Безразмерные относительные температуры на выходе из ячейки

$$\Theta_{c,o} = \frac{w_c}{\eta_c} + \Theta_{c,w}, \quad (9)$$

$$\Theta_{d,o} = w_d \cdot \eta_d - \Theta_{d,w}. \quad (10)$$

Таким образом, состояние системы определяется безразмерными скоростями передвижения границы фазового перехода  $w_c$  и  $w_d$ , зависящими от времени процессов  $\tau_c$  и  $\tau_d$ , чисел теплопередачи  $N_c$ ,  $N_d$  и энергетических КПД  $\eta_c$ ,  $\eta_d$ . Проанализируем  $w_c(\tau_c, N_c, \eta_c)$  и  $w_d(\tau_d, N_d, \eta_d)$  (рис. 3, 4).

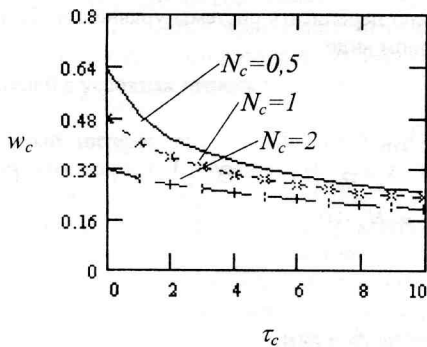


Рис. 3. Зависимость скорости передвижения границы от времени при заряде

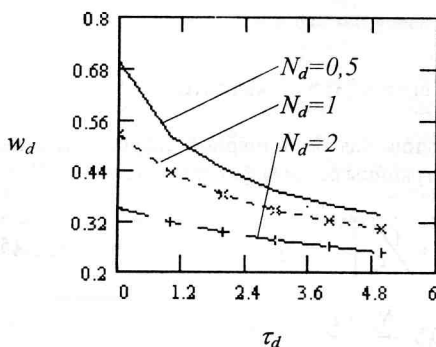


Рис. 4. Зависимость скорости перемещения границы от времени при разряде

Увеличение времени приводит к уменьшению скорости передвижения границы фазового перехода, особенно при низких значениях  $\tau_c$  и  $\tau_d$ .

Скорость перемещения границы выше при низких значениях числа теплопередачи, т. е. когда поток теплоносителя быстро протекает по каналу. Это положение согласуется с работой [9]. С увеличением  $N$  зависимость скорости от времени менее существенна.

### ОПРЕДЕЛЕНИЕ ТЕМПЕРАТУР

Остановимся более детально на определении температур стенки ячейки ТА и на выходе из нее.

Используя зависимости (7 - 10), получим:

$$T_{c,w}^* = T_m^* + (T_{c,i}^* - T_m^*) \cdot w_c^2 \cdot \tau_c, \quad (11-1)$$

$$T_{d,w}^* = T_m^* - (T_m^* - T_{d,i}^*) \cdot w_d^2 \cdot \tau_d \cdot \eta_d, \quad (11-2)$$

$$T_{c,o}^* = T_m^* + (T_{c,i}^* - T_m^*) \times \dots \times \left( \frac{1}{\eta_c} + w_c \cdot \tau_c \right) \cdot w_c, \quad (12-1)$$

$$T_{d,o}^* = T_m^* - (T_m^* - T_{d,i}^*) \times \dots \times (1 - w_d \cdot \tau_d) \cdot w_d \cdot \eta_d. \quad (12-1)$$

Температуры  $T_{c,o}^*$  и  $T_{d,o}^*$  можно также получить из выражений для скорости перемещения границы фазового перехода [11]:

$$w_c^* = \frac{m^* \cdot C_p^* \cdot (T_{c,i}^* - T_{c,o}^*) \cdot \eta_c}{\rho_l^* \cdot L^* \cdot F^*}, \quad (13-1)$$

$$w_d^* = \frac{m^* \cdot C_p^* \cdot (T_{d,o}^* - T_{d,i}^*)}{\rho_s^* \cdot L^* \cdot F^* \cdot \eta_d}. \quad (13-2)$$

Тогда с учетом необходимых преобразований температура на выходе определится как

$$T_{c,o}^* = T_{c,i}^* - (T_{c,i}^* - T_m^*) \cdot N_c \cdot \frac{w_c}{\eta_c}, \quad (14-1)$$

$$T_{d,o}^* = T_{d,i}^* + (T_m^* - T_{d,i}^*) \cdot N_d \cdot w_d \cdot \eta_d. \quad (14-2)$$

Разделим правые и левые части выражений (11), (12), (14) на  $T_{ds}^*$ , что позволит в дальнейшем рассмотрении оперировать тремя безразмерными комплексами

$T_m, T_{c,i}, T_{d,i}$  и точно определить положение процессов плавления на абсолютной шкале температур [8, 9].

$$T_{c,w} = T_m + (T_{c,i} - T_m) \cdot w_c^2 \cdot \tau_c,$$

$$T_{d,w} = T_m - (T_m - T_{d,i}) \cdot w_d^2 \cdot \tau_d \cdot \eta_d,$$

$$T_{c,o} = T_m + (T_{c,i} - T_m) \times \dots \times \left( \frac{1}{\eta_c} + w_c \cdot \tau_c \right) \cdot w_c,$$

$$T_{d,o} = T_m - (T_m - T_{d,i}) \times \dots \times (1 - w_d \cdot \tau_d) \cdot w_d \cdot \eta_d,$$

$$T_{c,o} = T_{c,i} - (T_{c,i} - T_m) \cdot N_c \cdot \frac{w_c}{\eta_c},$$

$$T_{d,o} = T_{d,i} + (T_m - T_{d,i}) \cdot N_d \cdot w_d \cdot \eta_d.$$

### ЭКСЕРГЕТИЧЕСКИЙ КОЭФФИЦИЕНТ ПОЛЕЗНОГО ДЕЙСТВИЯ

Эксергетический коэффициент полезного действия для процессов равен:

$$\psi_c = \frac{E_{c,akk}^*}{E_{c,in}^*}, \quad \psi_d = \frac{E_{d,out}^*}{E_{d,extr}^*}.$$

Так как аккумулированная системой эксергия равна

$$E_{c,akk}^* = Q_{c,akk}^* \cdot \left( \frac{T_m^* - T_{ds}^*}{T_m^*} \right),$$

а подводимая

$$E_{c,in}^* = m^* \cdot C_p^* \cdot t_c^* \cdot (T_{c,i}^* - T_{ds}^* - T_{ds}^* \cdot \ln \frac{T_{c,i}^*}{T_{ds}^*}),$$

то с учетом введенных безразмерных величин и решением систем (3), (4) нетрудно получить

$$\psi_c = \frac{(T_m - 1) \cdot \left( \frac{T_{c,i}}{T_m} - 1 \right)}{T_{c,i} - 1 - \ln T_{c,i}} \cdot N_c \cdot w_c. \quad (15)$$

В свою очередь для разряда

$$E_{d,out}^* = m^* \cdot C_p^* \cdot t_d^* \cdot (T_{d,o}^* - T_{d,i}^* - T_{d,i}^* \cdot \ln \frac{T_{d,o}^*}{T_{d,i}^*})$$

$$E_{d,extr}^* = Q_{d,extr}^* \cdot \left( \frac{T_m^* - T_p^*}{T_m^*} \right).$$

Произведя необходимые преобразования, получаем окончательно

$$\psi_d = \frac{T_m}{T_m - 1} \cdot \left[ \eta_d - \frac{\ln(1 + A \cdot \eta_d)}{T_{d,i} \cdot A} \right], \quad (16)$$

где  $A = \left( \frac{T_m}{T_{d,i}} - 1 \right) \cdot w_d \cdot N_d$ .

Функции  $\psi_c(T_m, T_{c,i}, N_c, w_c)$  и  $\psi_d(T_m, T_{d,i}, N_d, w_d)$  характеризуют термодинамическое совершенство проектируемой конструкции. На рис. 5 и 6 оценивается влияние на них изменения скоростей перемещения границы фазового перехода.

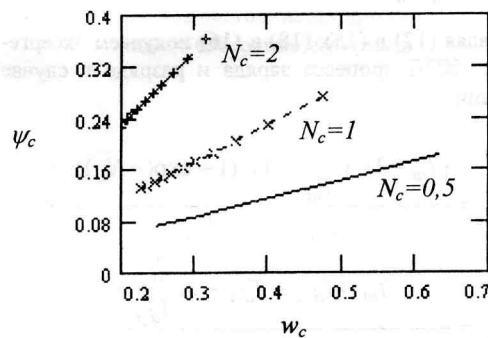


Рис. 5. Зависимость эксергетического КПД от скорости границы (заряд)

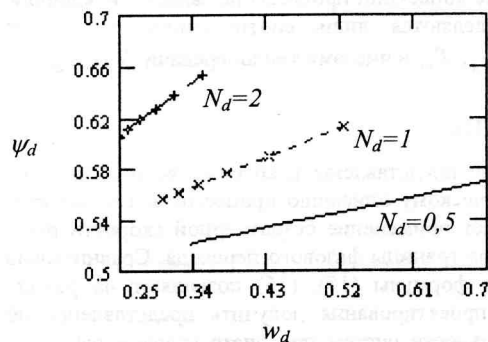


Рис. 6. Зависимость эксергетического КПД от скорости границы (разряд)

Увеличение скорости передвижения границы фазового перехода приводит к увеличению эксергетического КПД. Следовательно, снижается термодинамическое несовершенство процесса. Поскольку увеличение

скорости соответствует снижению времени  $\tau$ , то данное положение также соответствует работе [9].

Особенностью полученных аналитических формул (15), (16) является их универсальность для различных механизмов передачи тепла.

Для примера рассмотрим конвекцию.

Температура на выходе из канала будет определяться по известным формулам

$$T_{c,o}^* = T_{c,i}^* - (T_{c,i}^* - T_m^*) \cdot (1 - \exp(-N_c)),$$

$$T_{d,o}^* = T_{d,i}^* + (T_m^* - T_{d,i}^*) \cdot (1 - \exp(-N_d)).$$

Приравняв их (14), выразим скорости

$$w_c = \frac{1 - \exp(-N_c)}{N_c} \cdot \eta_c, \quad (17)$$

$$w_d = \frac{1 - \exp(-N_d)}{N_d \cdot \eta_d}. \quad (18)$$

Подставляя (17) в (15), (18) в (16) получаем эксергетические КПД процесса заряда и разряда в случае конвекции

$$\psi_{c,conv} = \frac{(T_m - 1) \cdot \left(\frac{T_{c,i}}{T_m} - 1\right) \cdot (1 - \exp(-N_c))}{T_{c,i} - 1 - \ln T_{c,i}} \cdot \eta_c,$$

$$\psi_{d,conv} = \frac{T_m \cdot \left(T_{d,o} - T_{d,i} - \ln \frac{T_{d,o}}{T_{d,i}}\right)}{(1 - \exp(-N_d)) \cdot (T_m - 1) \cdot (T_m - T_{d,i})} \cdot \eta_d.$$

Если  $\eta_c = \eta_d = 1$ , то (19), (20) совпадают с известными [10].

В случае конвекции процессы не зависят от времени, а определяются лишь соотношением температур  $T_{c,i}$ ,  $T_{d,i}$ ,  $T_m$  и числами теплопередачи  $N_c$ ,  $N_d$ .

## ВЫВОДЫ

В работе представлены некоторые возможности по аналитическому описанию процессов в ТА, которые открывает применение безразмерной скорости передвижения границы фазового перехода. Сравнительно простые формулы (15), (16) позволяют на ранних этапах проектирования получить представление об эффективности систем при учете условий работы и выявить наиболее целесообразные направления с точки зрения дальнейшего проектирования.

Хотя рассматривалась задача для ячейки в форме пластины, есть основания полагать, что другие формы ячейки - цилиндр, шар и т. д. - также описываются формулами (15), (16) при соответствующих зависимостях числа теплопередачи и скорости передвижения границы фазового перехода. В настоящее время

авторы занимаются проверкой данной гипотезы, а полученные предварительные результаты говорят о перспективности предложенного подхода.

## БЛАГОДАРНОСТЬ

Авторы хотели бы выразить свою признательность всем специалистам, знакомившимся с данным исследованием на различных этапах и сделавших ценные замечания для дальнейшего ведения работ. Особую признательность выражаем профессорам, докторам технических наук И. Г. Паневину (МАИ, г. Москва) и С. З. Сапожникову (ГТУ, г. Санкт-Петербург); кандидатам технических наук В. Ф. Семенову (ИЦ им. М. В. Келдыша, г. Москва), И. И. Куркину (МАИ, г. Москва) и М. Ж. Мухамеджанову (ЦНИИМаш, г. Королев); а также профессору А. Бежану (США) и доктору М. Конти (Италия).

## ЛИТЕРАТУРА

1. Куколев М. И. Принцип проверочного расчета теплового аккумулятора солнечной энергетической установки // Энергосиловые установки для космической техники (исследования, проектирование, применение): Тем. сб. науч. тр. / МАИ. М., 1991. С. 6-9.
2. Kurkin I., Sevruck D., Sidorov D., Kukolev M. and Kotelnikov A. Development of the Infrastructure and Simulation of the Energy Series Assemblies for Solar Space Electric Power Stations // *Solar Power Satellites: the Emerging Energy Options*. Ellis Harwood, N. Y, 1993.
3. Conti M., Charach Ch. Thermal Storage for Solar Dynamic Power Generation: Second Law Analysis in Space Application Perspective // *Proceedings of Fourth European Space Power Conference*, 4-8 September, France. Poitiers, 1995. P. 145-150.
4. Kurkin I., Sidorov D., and Kukolev M. Development of Aerospace and Space Interception Concepts for Payload and Rocket Stages at System of Conceptual Projecting // *Book of abstracts of 46-th International Astronautical Congress*, 2-6 October. Oslo, 1995. P.116.
5. Розен М., Хупер Ф., Барбарис Л. Эксергетический анализ замкнутых теплоаккумулирующих систем // Современное машиностроение. Сер. А. 1989. №7. С. 123-131.
6. Куколев М. И., Нестерова И. Л. Возможность применения аккумуляторов тепловой энергии в лесозаготовительной технике // Тез. докл. республиканской науч.-практ. конф. / КарНИИЛП. Петрозаводск, 1995. С. 46-47.
7. Куколев М. И., Кукелев Ю. К. Проектирование тепловых аккумуляторов для лесозаготовительной техники // Теория, проектирование и методы расчета лесных и деревообрабатывающих машин:

- Тез. докл. Всеросс. науч.-практ. конф. М., 1997. С. 47-49.
8. Bejan A. Method of entropy generation minimization, or modeling and optimization based on combined heat transfer and thermodynamics // *Revue Générale de Thermique*. 1996. Vol. 35. P. 637-646.
  9. De Lucia M., Bejan A. Thermodynamics of Energy Storage by Melting Due to Conduction or Natural Convection, ASME // *Journal of Solar Energy Engineering*. 1990. Vol. 112. P. 110-116.
  10. Aceves-Saborio S., Nakamura H., Reistad G. M. Optimum Efficiencies and Phase Change Temperatures in Latent Heat Storage System, ASME // *Journal of Energy Resources Technology*. 1994. Vol. 116. P. 79-86.
  11. Куколев М. И. Проектный анализ тепловых аккумуляторов: Автореф. дис. ... канд. техн. наук. М., 1996. 19 с.

## ПРИЛОЖЕНИЕ

### Применяемые обозначения

$m$	секундный массовый расход;
$C_p$	удельная теплоемкость;
$T$	температура;
$K$	коэффициент теплопередачи;
$F$	площадь границы раздела фаз;

$\eta$	энергетический КПД процесса;
$\lambda$	коэффициент теплопроводности;
$X$	толщина слоя ТАМ;
$\rho$	плотность;
$L$	удельная теплота плавления;
$t$	время;
$w$	скорость передвижения границы фазового перехода;
$\Theta$	избыточная температура;
$\tau$	безразмерное время.

### Верхний индекс

(<sup>\*</sup>) размерная величина.

### Нижний индекс

$ds$	окружающая среда;
$c$	процесс заряда;
$d$	процесс разряда;
$i$	вход в ячейку;
$o$	выход из ячейки;
$m$	температура плавления;
$w$	стенка;
$s$	твердое состояние материала;
$l$	жидкое состояние материала.