Обработка результатов ресурсных испытаний при малом числе объектов

А. В. Питухин[1]
В. Н. Шиловский
Н. И. Серебрянский
Петрозаводский государственный университет

В статье излагается методика вывода закона распределения наработки изделий и расчета показателей долговечности при обработке результатов ресурсных испытаний в случае незавершенных наблюдений или завершенных, но при малом числе объектов, когда классический метод определения закона распределения опытных данных не применим. В отличие от последовательности расчета, изложенной в статье [1], результаты обработки первичной информации по предлагаемой методике представлены в виде функции распределения $F(L)$, в основу расчета которой положен аналитический метод Джонсона, с измененным применительно к машинному счету математическим аппаратом. Рассматривается закон нормального распределения, логарифмически нормальный закон и распределение Вейбулла.

Ключевые слова: *ресурсные испытания, функция распределения, показатели долговечности, объект испытаний.*

ВВЕДЕНИЕ

Если при проведении ресурсных испытаний число объектов наблюдения мало или испытания остаются незавершенными, по данным таких наблюдений невозможно построить полигон распределения наработки изделий с ресурсным отказом, по его виду выдвинуть гипотезу о принадлежности опытных данных к тому или иному вероятностному закону распределения и с помощью критериев статистической оценки гипотез принять одну из них. В излагаемой методике в таких случаях рассчитывается опытная функция распределения наработки объектов, затем, используя уравнения линейной регрессии соответствующих признаков при каждом вероятностном законе [1], определяются оценки параметров законов распределения и параметров долговечности. Принимается закон распределения, при котором линейный коэффициент корреляции имеет наибольшее значение.

При обработке результатов незавершенных наблюдений учитывается наработка и приостановленных объектов путем определения условного номера изделия с ресурсным отказом в общей выборке поставленных на испытание объектов.

ПОРЯДОК РАСЧЕТА

При расчете опытной (эмпирической) функции распределения вначале строится общий безинтервальный вариационный ряд имеющих ресурсный отказ и приостановленных изделий в порядке возрастания наработки и строится вариационный ряд только изделий с ресурсным отказом. В случае завершенных испытаний вариационный ряд один.

Опытная функция распределения рассчитывается по формуле

$$F(L_i) = \frac{1}{N} \cdot \sum_{j=1}^{i} \frac{N+1-N \cdot F(L_i-1)}{N+2-(K_i)j}, \tag{1}$$

где i - порядковый номер изделия в вариационном ряду только объектов с ресурсным отказом, $i = 1,2,3 \ldots M$;

K_i - порядковый номер i-го объекта с ресурсным отказом в общем вариационном ряду. При завершенных испытаниях K и i имеют одинаковые значения;

L_i - наработка i-го объекта с ресурсным отказом;

N - общее число объектов, поставленных на испытание;

M - число объектов, имеющих к моменту анализа ресурсный отказ. При завершенных испытаниях $M = N$.

При предположении справедливости гипотезы о принадлежности опытных данных к нормальному закону точечные оценки параметров распределения и оценки ресурсных показателей определяются по следующим формулам:

$$L_{cp} = \frac{\sum U \cdot \sum L^2 - \sum (U \cdot L) \cdot \sum L}{M \cdot \sum (U \cdot L) - \sum U \cdot \sum L}, \tag{2}$$

$$\sigma_L = \frac{M \cdot \sum L^2 - \left(\sum L\right)^2}{M \cdot \sum (U \cdot L) - \sum U \cdot \sum L}, \tag{3}$$

$$L_{80\%} = L_{cp} - 0{,}842 \sigma_L, \tag{4}$$

$$L_{90\%} = L_{cp} - 1{,}282 \sigma_L, \tag{5}$$

$$V = \frac{\sigma_L}{L_{cp}}, \tag{6}$$

где L_{cp} - точечная оценка среднего ресурса;

σ_L - точечная оценка среднего квадратического отклонения среднего ресурса;

---

[1] *Авторы - соответственно профессор и доценты кафедры технологии металлов и ремонта*

$L_{80\%}$ - точечная оценка 80%-го ресурса;
$L_{90\%}$ - точечная оценка 90%-го ресурса;
V - точечная оценка коэффициента вариации;
U - квантили функции нормального распределения, соответствующие значениям опытной функции $F(L)$.

Оценка линейного коэффициента корреляции рассчитывается по формуле

$$r_H = \frac{(U \cdot L)_{cp} - U_{cp} \cdot L_{cp}}{\sigma_U \cdot \sigma_L}, \qquad (7)$$

где

$$(U \cdot L)_{cp} = \frac{\sum_{i=1}^{M} U_i \cdot L_i}{M}, \; U_{cp} = \frac{\sum_{i=1}^{M} U_i}{M},$$

$$L_{cp} = \frac{\sum_{i=1}^{M} L_i}{M}, \qquad (8)$$

$$\sigma_U = \sqrt{\frac{1}{M-1} \cdot \sum_{i=1}^{M} \left(U_i - U_{cp}\right)^2},$$

$$\sigma_L = \sqrt{\frac{1}{M-1} \cdot \sum_{i=1}^{M} \left(L_i - L_{cp}\right)}. \qquad (9)$$

При предположении справедливости гипотезы о принадлежности опытных данных к логарифмически нормальному распределению применяются следующие формулы:

$$\lg L_{cp} = \frac{\sum U \cdot \sum (\lg L)^2 - \sum (U \cdot \lg L) \cdot \lg L}{M \cdot \sum (U \cdot \lg L) - \sum U \cdot \lg L}, \qquad (10)$$

$$\lg \sigma_L = \frac{M \cdot \sum (\lg L)^2 - \left(\sum \lg L\right)^2}{M \cdot \sum (U \cdot \lg L) - \sum U \cdot \sum \lg L}, \qquad (11)$$

$$r_{л.н.} = \frac{(U \cdot \lg L)_{cp} - U_{cp} \cdot (\lg L)_{cp}}{\sigma_U \cdot \sigma_{\lg L}}. \qquad (12)$$

При предположении справедливости гипотезы о принадлежности опытных данных к распределению Вейбулла используется уравнение линейной регрессии вида

$$\lg(-\ln(1 - F(L))) = b \cdot \lg L - b \cdot \lg a, \qquad (13)$$

где a - параметр масштаба;
b - параметр формы распределения Вейбулла.

Обозначив $Y_B = \lg(-\ln(1 - F(L)))$,

получим

$$Y_B = b \cdot \lg L - b \cdot \lg a. \qquad (14)$$

Оценки параметров распределения определяются по формулам

$$b = \frac{M \cdot \sum (\lg L \cdot Y_B) - \sum \lg L \cdot \sum Y_B}{M \cdot \sum (\lg L)^2 - \left(\sum \lg L\right)^2}, \qquad (15)$$

$$\lg a = -\frac{\sum Y_B \cdot \sum (\lg L)^2 - \sum (\lg L \cdot Y_B) \cdot \sum \lg L}{M \cdot \sum (\lg L \cdot Y_B) - \sum \lg L \cdot \sum Y_B}. \qquad (16)$$

По оценкам параметров распределения рассчитываются точечные оценки показателей долговечности.

$$L_{cp} = a \cdot \Gamma\left(1 + \frac{1}{b}\right), \qquad (17)$$

$$\sigma_L^2 = a^2 \cdot \left\{ \Gamma\left(1 + \frac{2}{n}\right) - \left[\Gamma\left(1 + \frac{1}{n}\right)\right]^2 \right\}, \qquad (18)$$

где Γ - символ гамма-функции Эйлера.

$$\lg L_{80\%} = \lg a - \frac{0{,}651}{b}, \qquad (19)$$

$$\lg L_{90\%} = \lg a - \frac{0{,}977}{b}. \qquad (20)$$

При немашинном счете оценки показателей долговечности определяются с помощью коэффициентов распределения Вейбулла, выбираемых по таблице по значению параметра b.

$$L_{cp} = a \cdot K_V; \; \sigma_L = L_{cp} \cdot V, \qquad (21)$$

где V - коэффициент вариации;
K_V - коэффициент распределения.

Оценка линейного коэффициента корреляции при распределении Вейбулла рассчитывается по формуле

$$r_B = \frac{\left(\lg L \cdot Y_B\right)_{\text{ср}} - \left(\lg L\right)_{\text{ср}} \cdot \left(Y_B\right)_{\text{ср}}}{\sigma_{\lg L} \cdot \sigma_{Y_B}}. \qquad (22)$$

В формулах (12) и (22) $\left(U \cdot \lg L\right)_{\text{ср}}$, $\left(\lg L\right)_{\text{ср}}$, $\left(\lg L \cdot Y_B\right)_{\text{ср}}$ и $\left(Y_B\right)_{\text{ср}}$ рассчитываются по формулам, аналогичным выражениям (8), а $\sigma_{\lg L}$ и σ_{Y_B} - аналогично выражениям (9).

Интервал разброса среднего результата ресурса рассчитывается по выражению

$$\delta = \frac{\sigma_L}{\sqrt{M}} \cdot t\left(P_\partial M - 1\right), \qquad (23)$$

где t - квантиль функции Стьюдента, выбираемый по значению доверительной вероятности P_∂ и числу объектов испытаний.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Все расчеты, приведенные в статье, выполняются на компьютере. На кафедре технологии металлов и ремонта имеется программа счета, выходными величинами которой являются параметры нормального, логнормального и распределений Вейбулла, точечные и интервальные оценки показателей долговечности.

ЛИТЕРАТУРА

1. Питухин А. В., Шиловский В. Н., Серебрянский Н. И. Расчет на ЭВМ показателей долговечности лесных машин по результатам их незавершенных испытаний // Тр. лесоинженерного факультета ПетрГУ. Вып. 1. Петрозаводск, 1996.

2. Методические указания для определения показателей долговечности изделий по результатам незавершенных испытаний или наблюдений. М:ОНТИ-НАТИ, 1980.