Определение числа сателлитов и порядка их установки в планетарных механизмах из условия собираемости

П. Г. Яковлев[1]
Петрозаводский государственный университет

В литературе [1, 2] приводятся различные формулы для подбора числа сателлитов из условия собираемости. Отмечается [1] некоторая противоречивость результатов, полученных по различным формулам.

В предлагаемой работе дан вывод простых, с ясным физическим смыслом формул, позволяющих точно определить все теоретически возможные числа сателлитов из условия их собираемости и указать порядок их сборки. Работа адресуется научным работникам и инженерам, занимающимся конструированием зубчатых планетарных механизмов.

Ключевые слова: *планетарный механизм, сателлиты, условие собираемости.*

На рис. 1 изображены основные схемы планетарных передач. Условимся, что индекс, взятый в скобки, в обозначениях какой-либо величины указывает звено, которое предполагается неподвижным при определении этой величины. Например, $u_{1H}^{(3)}$ означает передаточное отношение от колеса 1 к водилу H при неподвижном колесе 3. Числа зубьев колес будем обозначать z_1, z_2, $z_{2'}$ и z_3, где индекс соответствует номеру колеса на схеме соответствующего рисунка.

Рассмотрим, например, механизм, изображенный на рис. 1а. На рис. 2 он показан в двух проекциях. Один сателлит всегда собирается. Допустим, что мы его установили в позиции I, рис. 2б. Если теперь повернуть колесо 1 на один угловой шаг, то водило H повернется на угол $\tau_H^{(3)}$ так, что

$$\frac{\tau_1}{\tau_H^{(3)}} = u_{1H}^{(3)} . \tag{1}$$

Первый установленный сателлит перейдет в позицию II. В позиции же I относительно линии 0I зубья и впадины колес 1 и 3 будут занимать такое же положение, какое они имели в момент постановки первого сателлита. Если у всех сателлитов зубья на венцах 2 и 2' ориентированы одинаково, то в позицию I теоретически можно установить второй сателлит. После установки второго сателлита снова повернем колесо 1 еще на угловой шаг τ_1, в позицию I поставим третий сателлит и т. д. Вместо поворота колеса 1 на один угловой шаг можно поворачивать водило на угол

$$\tau_H^{(3)} = \frac{\tau_1}{u_{1H}^{(3)}} . \tag{2}$$

Установку сателлитов таким способом можно продолжать до тех пор, пока сателлит, установленный первым после очередного поворота на угол $\tau_H^{(3)}$, не выйдет снова в позицию установки I. Водило за этот период повернется на целое $b^{(3)}$ число оборотов. При этом будет установлено максимальное число $K_{\max}^{(3)}$ сателлитов. Очевидно, что

$$K_{\max}^{(3)} = \frac{360^\circ b^{(3)}}{\tau_H^{(3)}} . \tag{3}$$

Подставим сюда значение $\tau_H^{(3)}$ из формулы (2)

$$K_{\max}^{(3)} = \frac{360^\circ b^{(3)} u_{1H}^{(3)}}{\tau_1} . \tag{4}$$

Учитывая далее, что угловой шаг первого колеса равен

$$\tau_1 = \frac{360^\circ}{z_1},$$

получим

$$K_{\max}^{(3)} = z_1 u_{1H}^{(3)} b^{(3)} . \tag{5}$$

Для определения $K_{\max}^{(3)}$ и $b^{(3)}$ формулу (5) представим в виде

$$\frac{K_{\max}^{(3)}}{b^{(3)}} = z_1 u_{1H}^{(3)} = \cdots/\ldots \tag{6}$$

Если теперь в эту формулу подставить численные значения z_1 и $u_{1H}^{(3)}$, а результат представить в виде несократимой арифметической дроби $\cdots/\ldots$, то числитель этой дроби будет числовым значением $K_{\max}^{(3)}$, а знаменатель - числовым значением $b^{(3)}$. При $u_{1H}^{(3)} < 0$ ответ по формуле (6) будет получаться со знаком минус. Физически это будет означать лишь, что водило H и колесо 1 при сборке вращаются в противоположных направлениях. При определении

---

[1] *Автор - доцент кафедры технологии и оборудования лесного комплекса*

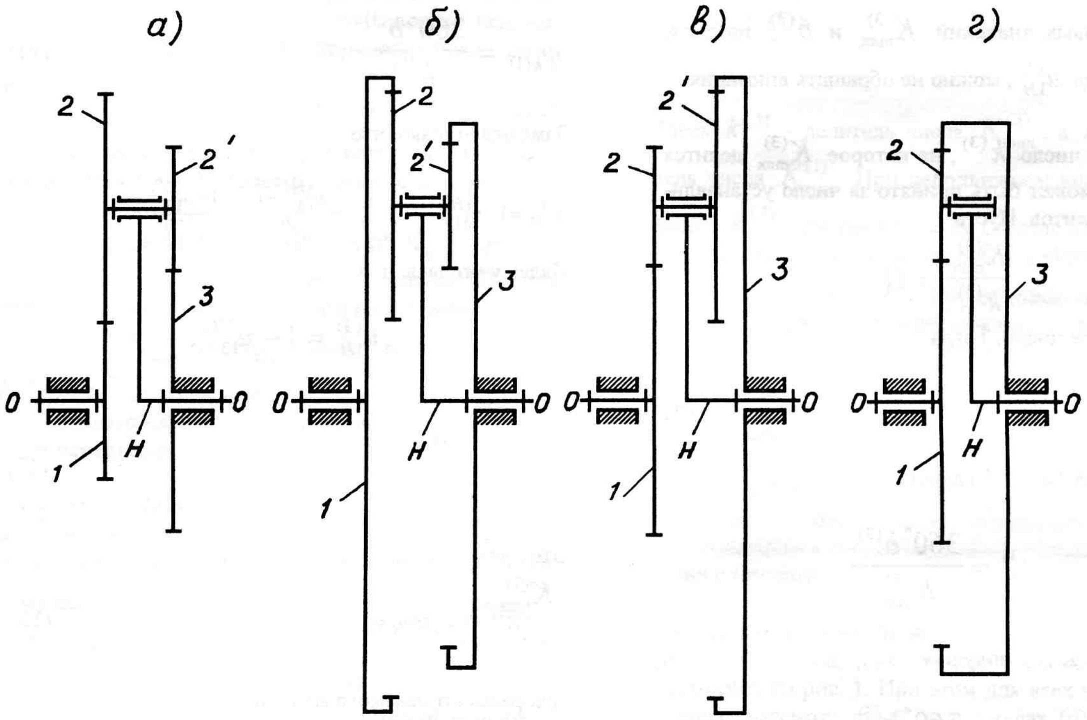

Рис. 1.

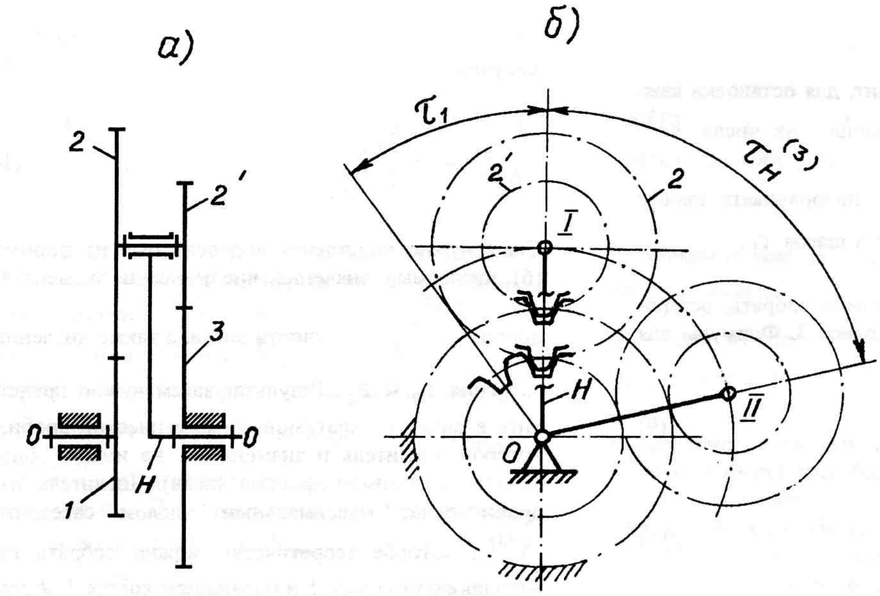

Рис. 2.

только числовых значений $K^{(3)}_{\max}$ и $b^{(3)}$ на знак, стоящий перед $u^{(3)}_{1H}$, можно не обращать внимания.

Любое целое число $k^{(3)}$, на которое $K^{(3)}_{\max}$ делится без остатка, может быть принято за число устанавливаемых сателлитов. Пусть

$$\frac{K^{(3)}_{\max}}{k^{(3)}} = Ц,$$

где $Ц$ - целое число. Тогда

$$K^{(3)}_{\max} = k^{(3)}... \tag{7}$$

Представим формулу (3) в виде

$$\tau^{(3)}_H = \frac{360^\circ b^{(3)}}{K^{(3)}_{\max}}.$$

Подставив сюда (7), получим

$$\tau^{(3)}_H = \frac{360^\circ b^{(3)}}{K^{(3)}_{\max} Ц}.$$

Отсюда видно, что угол $\varphi_{k(3)}$, на который нужно поворачивать водило при постановке каждого из $k^{(3)}$ сателлитов, будет

$$\varphi_{k(3)} = \tau^{(3)}_H Ц = \frac{360^\circ b^{(3)}}{k^{(3)}}. \tag{8}$$

Т. е. установив первый сателлит, для остановки каждого последующего из выбранного их числа $k^{(3)}$ водило нужно поворачивать на целое число $Ц$ углов $\tau^{(3)}_H$ или, что то же самое, поворачивать первое колесо на целое число $Ц$ угловых шагов τ_1.

Естественно, что сателлиты можно собрать, остановив колесо 1 и поворачивая колесо 3. Формулы для расчетов принимают вид

$$\frac{K^{(1)}_{\max}}{b^{(1)}} = z_3 u^{(1)}_{3H} = \cdot\cdot/\ldots, \tag{9}$$

$$\frac{K^{(1)}_{\max}}{b^{(1)}} = Ц, \tag{10}$$

$$\varphi_{k(1)} = \frac{360^\circ b^{(1)}}{k^{(1)}}. \tag{11}$$

Заметим, однако, что

$$u^{(1)}_{3H} = 1 - u^{(H)}_{31} = 1 - \frac{1}{u^{(H)}_{13}} = \frac{u^{(H)}_{13} - 1}{u^{(H)}_{13}} = -\frac{1 - u^{(H)}_{13}}{u^{(H)}_{13}}.$$

Далее учитывая, что

$$u^{(3)}_{1H} = 1 - u^{(H)}_{13},$$

получим

$$u^{(1)}_{3H} = -\frac{u^{(3)}_{1H}}{u^{(H)}_{13}} = -u^{(3)}_{1H} u^{(H)}_{31}. \tag{12}$$

Этот результат подставим в формулу (9)

$$\frac{K^{(1)}_{\max}}{b^{(1)}} = z_3 u^{(3)}_{1H} u^{(H)}_{31}. \tag{13}$$

Для рассматриваемого механизма (рис. 2)

$$u^{(H)}_{31} = \frac{z_{2'} z_1}{z_3 z_2},$$

и формула (13) принимает вид

$$\frac{K^{(1)}_{\max}}{b^{(1)}} = -z_1 u^{(3)}_{1H} \frac{z_{2'}}{z_2}.$$

Подставив сюда значение $z_1 u^{(3)}_{1H}$ из формулы (6), получим

$$\frac{K^{(1)}_{\max}}{b^{(1)}} = -\frac{K^{(3)}_{\max} z_{2'}}{b^{(3)} z_2} = \cdot\cdot/\ldots. \tag{14}$$

Сюда нужно подставить определенные из формулы (6) численные значения числителя и знаменателя дроби $K^{(3)}_{\max}/b^{(3)}$ с учетом знака, а также численные значения $z_{2'}$ и z_2. Результат затем нужно представить в виде несократимой арифметической дроби, в которой числитель и знаменатель не имеют общих делителей (взаимно простые числа). Числитель этой дроби будет максимальным числом сателлитов $K^{(1)}_{\max}$, которое теоретически можно собрать при неподвижном колесе 1 и подвижном колесе 3. Знаменатель же дроби будет числом $b^{(1)}$ полных оборотов, на которое повернется водило при сборке всех сателлитов, устанавливаемых при неподвижном колесе 1. При этом сателлит, установленный первым, снова выйдет в позицию установки. Если дробь $K_{\max}^{(1)}/b^{(1)}$ окажется отрицательной, то это будет лишь указывать, что при сборке колесо 3 и водило H поворачиваются в противоположных направлениях.

Определим, какое наибольшее число $K_{\max}$ сателлитов можно установить в механизме, если их собирать при неподвижном колесе 3 и при неподвижном колесе 1. Если $K_{\max}^{(3)}$ и $K_{\max}^{(1)}$ имеют общие делители $k^{(3)} = k^{(1)}$, то числа сателлитов $k^{(3)} = k^{(1)}$ устанавливаются как при неподвижном колесе 3, так и при неподвижном колесе 1.

Количество таких сателлитов, которые устанавливаются как при неподвижном колесе 3, так и при неподвижном колесе 1, будет равно наибольшему общему делителю D чисел $K_{\max}^{(3)}$ и $K_{\max}^{(1)}$. Установим теперь при неподвижном колесе 3 все сателлиты $K_{\max}^{(3)}$. После этого остановим колесо 1 и сделаем подвижным колесо 3. Примем за позиции установки позиции, в которых стоят все $K_{\max}^{(3)}$ сателлитов. Поворачивая водило на угол

$$\tau_H^{(1)} = \frac{360^\circ b^{(1)}}{K_{\max}^{(1)}},$$

будем устанавливать в указанные позиции новые сателлиты. Максимальное количество $K_{\max}$ сателлитов, установленных как при неподвижном колесе 3, так и при неподвижном колесе 1, определится по формуле

$$K_{\max} = \frac{K_{\max}^{(3)} K_{\max}^{(1)}}{D}. \tag{15}$$

Любой делитель k, на который число $K_{\max}$ делится без остатка, может быть принят за число устанавливаемых сателлитов. При этом, если k является одновременно и делителем $K_{\max}^{(3)}$, то $k = k^{(3)}$, и сателлиты собираются при неподвижном колесе 3. Если k является одновременно и делителем $K_{\max}^{(1)}$, то $k = k^{(1)}$, и сателлиты собираются при неподвижном колесе 1. В общем случае может оказаться, что k, являясь делителем $K_{\max}$, не является ни делителем $K_{\max}^{(3)}$, ни делителем $K_{\max}^{(1)}$. Тогда k нужно разложить на два целых множителя так, чтобы

$$k = k^{(3)} k^{(1)}. \tag{16}$$

Здесь $k^{(3)}$ - делитель числа $K_{\max}^{(3)}$, а $k^{(1)}$ - делитель числа $K_{\max}^{(1)}$. При неподвижном колесе 3 собирается $k^{(3)}$ сателлитов. Затем останавливается колесо 1, и при подвижном колесе 3 собирают еще по $k^{(1)}$ сателлитов, в каждой позиции принимая за позиции установки позиции каждого сателлита, установленного при неподвижном колесе 3.

Естественно, что описанным выше методом осуществляется первоначальная сборка. При сборке серии одинаковых механизмов после сборки первого из них можно сделать на зубьях колес метки по собранному механизму и собирать остальные без поворота водила, устанавливая сателлиты в свои позиции в соответствии с метками.

Все сказанное выше применительно к механизму на рис. 1а и 2 можно распространить на все остальные механизмы на рис. 1. При этом для всех механизмов, включая рассмотренный, в формулах (6), (9) и (14) можно не обращать внимания на знак, стоящий перед $u_{1H}^{(3)}$ и $u_{3H}^{(1)}$, т. к. он указывает только направления (одинаковые или противоположные) вращения центрального подвижного при сборке колеса и водила и не влияет на получаемые цифровые значения $K_{\max}^{(3)}$, $K_{\max}^{(1)}$ и $b^{(3)}$, $b^{(1)}$. Тогда эти формулы можно записать

$$\frac{K_{\max}^{(3)}}{b^{(3)}} = z_1 \left|u_{1H}^{(3)}\right| = \cdots/\ldots, \tag{17}$$

$$\frac{K_{\max}^{(1)}}{b^{(1)}} = z_3 \left|u_{3H}^{(1)}\right| = \frac{K_{\max}^{(3)} z_{2'}}{b^{(3)}} = \cdots/\ldots \tag{18}$$

Механизм на рис. 1г следует считать частным случаем механизма на рис. 1в, когда $z_2 = z_{2'}$.

Т. е. для механизма на рис. 1г $K_{\max}^{(3)} = K_{\max}^{(1)}$ и $b^{(3)} = b^{(1)} = 1$.

Направление вращения водила и подвижного центрального колеса при сборке можно определять (если в этом есть необходимость) по чисто внешним признакам. Так, в схемах на рис. 1в и 1г водило и подвижное центральное колесо в любом случае вращаются в одну сторону. В механизмах на рис. 1а и 1б подвижное центральное колесо и водило вращаются в противоположных направлениях, если за неподвижное центральное колесо принято колесо, входящее в зацепление с меньшим венцом сателлита, и в одном направлении, если за неподвижное центральное колесо принято колесо, входящее в зацепление с большим венцом сателлита.

Можно рекомендовать следующую методику расчета:

1. По формуле (17)

$$\frac{K_{\max}^{(3)}}{b^{(3)}} = z_1\left|u_{1H}^{(3)}\right| = \cdots\!/\!\ldots$$

определяем, как это описано выше, $K_{\max}^{(3)} = \ldots$ и $b^{(3)} = \ldots$.

2. Если подходящее число k сателлитов окажется таким, что $K_{\max}^{(3)}/k = Ц$ есть целое число, то принимаем $k = k^{(3)}$. По формуле (8) определяем

$$\varphi_{k(3)} = \frac{360° b^{(3)}}{k^{(3)}}$$

и прекращаем расчет. Если же $K_{\max}^{(3)}$ не делится без остатка на подходящее число k сателлитов, т. е. $K_{\max}^{(3)}/k \neq Ц$, то переходим к пункту 3.

3. По формуле (18)

$$\frac{K_{\max}^{(1)}}{b^{(1)}} = \frac{K_{\max}^{(3)} z_{2'}}{b^{(3)}} = \cdots\!/\!\ldots$$

определяем $K_{\max}^{(1)} = \ldots$ и $b^{(1)} = \ldots$.

4. Если подходящее k число сателлитов окажется таким, что $K_{\max}^{(1)}/k = Ц$ есть целое число, то принимаем $k = k^{(1)}$. По формуле (11) определяем

$$\varphi_{k(1)} = \frac{360° b^{(1)}}{k^{(1)}}$$

и прекращаем расчет. Если же $K_{\max}^{(1)}$ не делится без остатка на подходящее число k сателлитов, т. е. $K_{\max}^{(1)}/k \neq Ц$, то переходим к пункту 5.

5. По формуле (15) определяем

$$K_{\max} = \frac{K_{\max}^{(3)} K_{\max}^{(1)}}{D}.$$

Если подходящее число k сателлитов окажется таким, что $K_{\max}$ делится без остатка на k, т. е. $K_{\max}/k = Ц$, то подбираем два сомножителя $k^{(3)}$ и $k^{(1)}$, на которые без остатка делятся соответственно $K_{\max}^{(3)}$ и $K_{\max}^{(1)}$, и при $k = k^{(3)}k^{(1)}$. Далее по формуле пункта 2 определяем $\varphi_{k(3)}$, а по формуле пункта 4 определяем $\varphi_{k(1)}$. Одним из возможных вариантов сборки может быть такой. Устанавливаем $k^{(3)}$ сателлитов, поворачивая водило при неподвижном колесе 3 на угол $\varphi_{k(3)}$ после постановки каждого из них. Затем останавливаем колесо 1, делаем подвижным колесо 3. Поворачивая водило на угол $\varphi_{k(1)}$ и принимая за позиции установки все позиции, в которых стоят все $k^{(3)}$ сателлитов, собираем из каждой позиции еще по $k^{(1)}$ сателлитов.

Для облегчения подбора k, $k^{(3)}$ и $k^{(1)}$ и определения D при расчетах рекомендуется разложить $K_{\max}^{(3)}$, $K_{\max}^{(1)}$ на простые множители. Любой из простых множителей числа $K_{\max}^{(3)}$ или произведение любых простых множителей этого числа могут быть приняты за $k^{(3)}$ практически устанавливаемых сателлитов. Точно так же любой простой множитель или произведение любых простых множителей числа $K_{\max}^{(1)}$ можно принять за $k^{(1)}$ практически устанавливаемых сателлитов.

Для определения наибольшего общего делителя D чисел $K_{\max}^{(3)}$ и $K_{\max}^{(1)}$ нужно выписать все общие простые множители двух последних чисел и перемножить их. По формуле (15) определяем $K_{\max} = K_{\max}^{(3)} K_{\max}^{(1)}/D$. Если теперь разложить $K_{\max}$ на простые множители, то за число k практически устанавливаемых сателлитов может быть принят любой из этих множителей или любое произведение, полученное из этих простых множителей. Т. е. числом устанавливаемых сателлитов может быть любое число k, на которое число $K_{\max}$ делится без остатка, т. е. $K_{\max}/k = Ц$ есть целое число. Все другие числа, на которые $K_{\max}$ не делится без остатка, не могут быть приняты за числа устанавливаемых сателлитов, т. к. они в механизме не собираются при равномерном их распределении по окружности ни при неподвижном колесе 3, ни при неподвижном колесе 1.

Формула О. Н. Левитской [2] и формула Меррита [1] могут быть получены из формул (15), (17) и (18). При этом становится ясным, что формула Меррита распространяется и на случай отрицательных результатов. Отрицательный результат имеет понятный физический смысл. Он указывает на то, что все k выбранных для установки сателлитов или только часть их собираются при отрицательном передаточном отношении от водила к центральному колесу, которое при сборке соответствующих сателлитов считается подвижным. Что касается формулы В. В. Добровольского [1], то она является лишь частным случаем формулы (6), когда получается $b^{(3)} = 1$, т. е. она учитывает только механизмы, в которых сателлиты собираются при остановленном колесе 3 за один оборот водила. Отмеченные случаи [1] получения по формуле В. В. Добровольского отрицательных результатов не должны отвергаться. Они могут получаться, как, впрочем, и по формуле Меррита, лишь для механизмов на рис. 1а и 1б. При этом по формуле В. В. Добровольского отрицательный результат будет для этих механизмов только в случае, когда $z_2 > z_{2'}$.

Формула Г. Н. Петрова расширяет формулу В. В. Добровольского, позволяя не опустить и те случаи, когда нужное количество сателлитов не собирается в пределах одного оборота, но может быть собрано в пределах нескольких оборотов водила ($b^{(3)} > 1$). Естественно, что подобранное по формуле Г. Н. Петрова количество k сателлитов будет обязательно делителем, на который число $K_{\max}^{(3)}$ делится без остатка.

Формулой В. В. Добровольского пользоваться не рекомендуется, т. к. она выводит из поля зрения конструктора механизмы, в которых сателлиты собираются при остановленном колесе 3 в пределах нескольких оборотов водила ( ). А такие механизмы, как показывает практика расчетов, встречаются чаще, чем механизмы, у которых $z_2 > z_{2'}$. Формулой Г. Н. Петрова также пользоваться не рекомендуется, т. к. она хотя и дает возможность учесть при подборе нужного числа сателлитов как случаи, когда они собираются в пределах одного оборота, так и случаи, когда они собираются в пределах нескольких оборотов водила при остановленном колесе 3, но полностью игнорирует варианты сборки при неподвижном колесе 1. Кроме того, она часто дает угол, на который нужно поворачивать водило для постановки последующего сателлита в позицию предыдущего, такой, что для сборки всех сателлитов водило приходится повернуть не на минимальное число $b^{(3)}$ целых оборотов водила, а на некоторое другое, значительно большее число целых оборотов.

Таким образом, можно сделать вывод, что предложенная в настоящей работе методика определения числа сателлитов и порядка их установки по условию собираемости является универсальной, позволяющей определить все возможные варианты. В то же время эта методика отличается ясностью физического смысла и простотой.

Пример 1. Для механизма на рис. 2, в котором $z_1 = 459$, $z_1 = 459$, $z_{2'} = 132$ и $z_3 = 462$, определить возможность сборки его : а) с двумя сателлитами; б) с 18 сателлитами.

Решение:

1. $$u_{1H}^{(3)} = 1 - u_{13}^{(H)} = 1 - \frac{z_2 z_3}{z_1 z_{2'}} = 1 - \frac{135\cdot 462}{459\cdot 132} = -\frac{1}{34},$$

$$\frac{K_{\max}^{(3)}}{b^{(3)}} = z_1\left|u_{1H}^{(3)}\right| = 459\cdot\frac{1}{34} = 27/2,$$

$$K_{\max}^{(3)} = 27 = 3\cdot 3\cdot 3\cdot 1,\quad b^{(3)} = 2.$$

2. Так как $K_{\max}^{(3)} = 27$ не делится без остатка ни на $k = 2$, ни на $k = 18$, то эти числа сателлитов не могут быть собраны при неподвижном колесе.

3. $$\frac{K_{\max}^{(1)}}{b^{(1)}} = \frac{K_{\max}^{(3)} z_{2'}}{b^{(3)} z_2} = \frac{27}{2}\cdot\frac{132}{135} = 66/5,$$

$$K_{\max}^{(1)} = 66 = 2\cdot 3\cdot 11\cdot 1,\ b^{(1)} = 5.$$

4. Механизм с двумя сателлитами может быть собран при неподвижном колесе 1, т. к. $K_{\max}^{(1)}/k = 66/2 = 33$ есть целое число. Установив первый сателлит, водило необходимо повернуть на угол

$$\varphi_{k(1)} = \frac{360^\circ b^{(1)}}{k^{(1)}} = \frac{360^\circ\cdot 5}{2} = 900^\circ$$

и в позицию, где стоял первый сателлит, установить второй. Т. к. во время сборки в зацепление с неподвижным колесом входит больший венец сателлита, то колесо 3 при сборке будет поворачиваться в ту же сторону, что и водило.

18 сателлитов не может быть собрано и при неподвижном колесе 1, т. к. $K_{\max}^{(1)}/k = 66/18 = 11/3 \neq Ц$ не целое число.

5. Общие простые делители чисел $K_{\max}^{(3)} = 27 = 3\cdot 3\cdot 3\cdot 1$ и $K_{\max}^{(1)} = 66 = 2\cdot 3\cdot 11\cdot 1$ есть 3 и 1. Таким образом $D = 3\cdot 1 = 3$.

$$K_{\max} = \frac{K_{\max}^{(3)} K_{\max}^{(1)}}{D} = \frac{27\cdot 66}{3} = 594,$$

$$K_{\max} = 594 = 2\cdot 3\cdot 3\cdot 3\cdot 11\cdot 1.$$

6. $k = 18 = 2\cdot 3\cdot 3$ есть произведение из простых множителей числа $K_{\max} = 594 = 2\cdot 3\cdot 3\cdot 3\cdot 11\cdot 1$. Это указывает на то, что. $K_{\max}/k = 594/18 = 33 = Ц$ есть

целое число. Значит сборка 18 сателлитов возможна. Но т. к. ни $K^{(3)}_{\max} = 27$, ни $K^{(1)}_{\max} = 66$ не делятся без остатка на $k = 18$, то 18 сателлитов частично собираются при остановленном колесе 3, а частично - при остановленном колесе 1. Необходимо подобрать $k^{(3)}$ и $k^{(1)}$ так, чтобы $k = 18 = k^{(3)}k^{(1)}$. Из разложений чисел $K^{(3)}_{\max} = 27 = 3\cdot3\cdot3\cdot1$ и $K^{(1)}_{\max} = 66 = 2\cdot3\cdot11\cdot1$ видно, что возможны два варианта. Первый вариант $k^{(3)} = 3\cdot3 = 9$ и $k^{(1)} = 2$. Второй вариант $k^{(3)} = 3$ и $k^{(1)} = 2\cdot3 = 6$. Допустим, что приняли первый вариант. Тогда порядок сборки можно предложить, например, такой. При неподвижном колесе 3 устанавливаем 9 сателлитов. При этом, установив первый сателлит и все последующие сателлиты в той же позиции, в какой устанавливался первый, после поворота водила каждый раз на угол

$$\varphi_{k(3)} = \frac{360^\circ b^{(3)}}{k^{(3)}} = \frac{360^\circ\cdot 2}{9} = 80^\circ.$$

Колесо 1 при этом будет поворачиваться в сторону, противоположную направлению вращения водила, т. к. с неподвижным колесом 3 в зацепление входит меньший венец сателлита. Установив $k^{(3)} = 9$ сателлитам, необходимо остановить колесо 1 и сделать подвижным колесо 3. Поворачивая теперь водило на угол

$$\varphi_{k(1)} = \frac{360^\circ b^{(1)}}{k^{(1)}} = \frac{360^\circ\cdot 5}{2} = 900^\circ$$

от каждой позиции ранее установленных сателлитов, установить еще по одному сателлиту в этих позициях, т. е. еще 9 сателлитов. При повороте водила на угол $\varphi_{k(1)} = 900^\circ$ колесо 3 будет поворачиваться в сторону вращения водила, т. к. в зацепление с неподвижным колесом 1 входит больший венец сателлита.

Пример 2. Для механизма на рис. 1в, в котором $z_1 = 43$, $z_2 = 131$, $z_{2'} = 84$ и $z_3 = 258$ определить, возможно ли в нем установить 3 сателлита.

Решение:

1. $u^{(3)}_{1H} = 1 - u^{(H)}_{13} = 1 + \dfrac{z_2 z_3}{z_1 z_{2'}} = 1 + \dfrac{131\cdot258}{43\cdot84} = \dfrac{145}{14}$,

$$\frac{K^{(3)}_{\max}}{b^{(3)}} = z_1\left|u^{(3)}_{1H}\right| = 43\cdot\frac{145}{14} = 6235/14,$$

$$K^{(3)}_{\max} = 6235 = 2\cdot29\cdot43\cdot1,\ b^{(3)} = 14.$$

2. Среди простых множителей числа $K^{(3)}_{\max} = 6235 = 2\cdot29\cdot43\cdot1$ нет числа $k = 3$, т. е. $K^{(3)}_{\max}/k = 6235/3 = 2078\frac{1}{3}$ есть число не целое. Значит при неподвижном третьем колесе 3 три сателлита собрать нельзя.

3. $\dfrac{K^{(1)}_{\max}}{b^{(1)}} = \dfrac{K^{(3)}_{\max} z_{2'}}{b^{(3)} z_2} = \dfrac{6235}{14}\cdot\dfrac{84}{131} = 37410/131$,

$$K^{(1)}_{\max} = 37410 = 2\cdot3\cdot5\cdot29\cdot43\cdot1,$$

$$b^{(1)} = 131.$$

4. Среди простых множителей числа $K^{(1)}_{\max} = 37410 = 2\cdot3\cdot5\cdot29\cdot43\cdot1$ есть число $k = 3$, т. е.

$K^{(1)}_{\max}/k = 37410/3 = 12470 = Ц$ есть целое число. Значит сборка трех сателлитов при неподвижном колесе 1 возможна.

5. Принимаем $k^{(1)} = 3$. Остановив колесо 1, и, сделав подвижным колесо 3, нужно установить первый сателлит. Затем водило повернем на угол

$$\varphi_{k(1)} = \frac{360^\circ b^{(1)}}{k^{(1)}} = \frac{360^\circ\cdot131}{3} = 15720^\circ$$

т. е. $b^{(1)}/k^{(1)} = 131/3 = 43\frac{2}{3}$ оборота (43 полных оборота и плюс еще 240°), и установим второй сателлит в позицию, в которую устанавливался первый. Затем снова повернем водило на 43 полных оборота, и в той же позиции, в которой устанавливался первый сателлит, установим третий.

ЛИТЕРАТУРА

1. Красковский Е. Я, Дружинин Ю. А., Филатова Е. М. Расчет и конструирование механизмов, приборов и вычислительных систем. М.: Высшая школа, 1991. 480 с.
2. Левитская О. Н. , Левитский Н. И. Курс теории механизмов и машин. М.: Высшая школа, 1985. 297 с.
3. Яковлев П. Г. Методика определения возможных чисел блоков сателлитов в планетарных механизмах по условию сборки // Проблемы методики преподавания в высшей школе / ПетрГУ. Петрозаводск, 1978. С. 124-125.
4. Яковлев П. Г. Методика синтеза планетарных передач // Вопросы преподавания "Теории механизмов и машин" в условиях перестройки высшего образования / ЛИИЖТ. Л., 1988. С. 82-86.