

УДК 519.873  
DOI 10.15393/j2.art.2019.4282

*Статья*

## **Оптимизация недельного планирования лесных грузопотоков**

**Мстислав В. Симоненков\***

Санкт-Петербургский государственный лесотехнический университет  
имени С. М. Кирова, Россия, 194021, Санкт-Петербург, Институтский пер., д. 5, лит. У; E-mail: [zumanew@yandex.ru](mailto:zumanew@yandex.ru) (М. С.)

\* Автор, с которым следует вести переписку; E-Mail: [zumanew@yandex.ru](mailto:zumanew@yandex.ru) (М. С.);  
Tel.: +79522127563.

*Получена: 9 декабря 2018 / Принята: 14 января 2019 / Опубликовано: 14 января 2019*

**Аннотация:** в данной статье рассматривается задача недельного планирования лесных грузопотоков применительно к предприятиям лесной промышленности Российской Федерации. Задача состоит в определении недельного графика работы лесозаготовительных бригад, поставок сортиментов сухопутным транспортом и содержания объектов лесной автомобильной дорожной сети на период 5—10 недель, позволяющего выполнить договорные обязательства перед потребителями с минимальными затратами на транспортно-технологические процессы, связанными в т. ч. с длительностью хранения древесины на складах, с учётом различных технологических и управленческих ограничений, а также результата оптимизации ежемесячного планирования лесных грузопотоков. В статье представлена математическая модель описываемой задачи в формулировке смешанного целочисленного линейного программирования. Приведены улучшения предложенной модели по сравнению с представленными в научно-исследовательской литературе, направленные на сокращение числа переменных, в т. ч. бинарных ограничений и усиление линейной релаксации модели (т. е. модели без условий целочисленности). Отражены результаты вычислительного эксперимента по данным, предоставленным лесоперерабатывающей компанией. Решения модели найдены с помощью коммерческого решателя за разумное время.

**Ключевые слова:** исследование операций; лесозаготовка; оперативное планирование; смешанное целочисленное линейное программирование.

DOI 10.15393/j2.art.2019.4282

*Article*

## **An optimization model for weekly timber flow planning**

**Mstislav Simonenkov \***

Saint-Petersburg State Forest Technical University, Russia, 194021, St. Petersburg, Institute per. 5, letter U; E-Mail: [zumanew@yandex.ru](mailto:zumanew@yandex.ru) (M. S.)

\* Author to whom correspondence should be addressed; E-Mail: [zumanew@yandex.ru](mailto:zumanew@yandex.ru) (M. S.); Tel.: +79522127563.

*Received: 9 December 2018 / Accepted: 14 January 2019 / Published: 14 January 2019*

**Abstract:** The problem of weekly timber flow planning is considered from the perspective of Russian forest companies. The problem is to find the weekly harvest, delivery and road maintenance schedules and to meet industrial requirements with minimal costs. The planning horizon is 5-10 weeks. Quality reduction of the timber stored at roadside landings and warehouses is considered. There is a number of technological and management restrictions that have been taken into account. The result of monthly timber flow planning is considered. The author has developed a mixed integer programming mathematical model for the described problem. Improvements of this model regarding other models synthesized in scientific literature are given. These improvements were made to reduce the quantity of variables (including binary) and restrictions and to strengthen the model linear relaxation (i.e. the model without integrality constraints). Computational results for a case of a pulp and paper producer are presented. The model is solved by using a commercial MIP solver in adequate time.

**Keywords:** operations research; forest harvesting, operational planning; mixed integer linear programming

## 1. Введение

В настоящее время активно развиваются системы поддержки принятия решений (СППР), основанные на математических моделях, методах исследования операций и геоинформационных системах (ГИС) и предназначенные для использования в лесопромышленном комплексе. Эти СППР направлены на решение различных задач по обоснованию параметров производственных процессов лесозаготовительных и лесоперерабатывающих предприятий и позволяют сократить производственную себестоимость лесоматериалов без значительных капитальных затрат [19]. Большое количество новых коммерческих решений [20—23] говорит о существующем спросе компаний лесной промышленности, а следовательно, и об актуальности разработки математических моделей этих задач.

Одной из важных задач для предприятий отечественной лесной промышленности является вопрос оперативного планирования снабжения лесоперерабатывающих предприятий сортиментами. Под оперативным планированием понимается планирование на срок до года, являющееся наиболее применимым в текущей производственной практике лесопромышленных предприятий [19]. В оперативном плане принимаются пространственные, временные и технологические решения. К пространственным решениям относятся следующие: какие лесосеки разработать, а какие лесосеки отнести к определённым лесозаготовительным бригадам, куда перевозить лесоматериалы с верхних складов лесосек, где хранить лесоматериалы, где строить дороги, какие дороги содержать. К временным решениям относятся: когда разрабатывать лесосеки, когда перебазировать лесозаготовительные бригады между лесосеками, когда перевозить лесоматериалы, как долго хранить лесоматериалы на складах, когда строить дороги, когда содержать дороги, когда проводить ТО и Р лесозаготовительной техники и лесовозных автопоездов. К технологическим решениям относится то, что производить на лесосеке.

Этой задаче посвящён целый ряд зарубежных и отечественных работ [1], [2], [3], [4], [5], [6], [7], [8], [9], [12], [15], [16], [17], [19], различающихся формулировкой; методом поиска решения; факторами, учитываемыми при планировании; длительностью горизонта и периода планирования. По длительности горизонта и периода планирования работы можно разделить на три группы: 1) горизонт и период планирования равны одному году [4], [6] [7], [16]; 2) горизонт планирования равен одному году, а период — одному месяцу или сезону [1], [2], [5], [12], [15], [17]; 3) горизонт планирования меньше одного года, период планирования — неделя и менее [3], [8], [9], [19]. В диссертационных работах М. В. Симоненкова и А. П. Соколова [2], [3] представлен обзор научно-исследовательских работ, однако в них подробно не рассмотрен вопрос краткосрочного (на срок в несколько недель) планирования лесных грузопотоков.

Задача краткосрочного планирования лесных грузопотоков состоит в определении оптимального краткосрочного (несколько недель) графика работы лесозаготовительных бригад, поставок сортиментов сухопутным транспортом и ремонта объектов транспортной инфраструктуры, позволяющего выполнить договорные обязательства перед потребителями с минимальными затратами на транспортно-технологические процессы, связанными в т. ч. с длительностью хранения древесины на складах, учётом различных технологических и управленческих ограничений.

Проанализируем работы, посвящённые краткосрочному планированию лесных грузопотоков. В работе J. Karlsson et al. [9] представлена модель в формулировке смешанного целочисленного линейного программирования задачи оперативного

планирования лесозаготовок, актуальная для шведской лесной промышленности. Исходными данными модели являются недельные графики работы лесозаготовительных бригад на срок 4—6 недель, максимальная длительность хранения сортиментов на складах. В модели учитывается ухудшение качества сортиментов в зависимости от длительности хранения, за исключением зимнего сезона, выраженное в денежном эквиваленте. Также принимается во внимание содержание дорог, лесные дороги моделируются группами. Формулировка модели — Модель II (бинарная переменная обозначает назначение комплексу заранее составленного графика разработки и перебазировки между делянками [12]). Функция оптимизации — минимизация расходов на лесосечные работы, содержание дорог, вывозку и хранение лесоматериалов. Авторы предлагают два подхода поиска решения: применять поиск оптимального решения коммерческих задач при условии ограниченного количества графиков работы лесозаготовительных бригад; эвристический метод, позволяющий найти качественное решение за половину времени, затрачиваемого коммерческим решателем. Следует отметить, что предложенная модель не учитывает остатки на складах, маршруты вывозки сортиментов, содержание отдельных дорог, а не групп дорог, недостатки Модели II, а именно: такая формулировка требует создания всех или части (с увеличением вероятности получения неоптимального решения) графиков заготовки и перемещения между делянками для всех комплексов априори, что может быть трудно реализуемо в условиях значительных лесосырьевых баз.

В работе А. И. Шабаева и др. [19] представлена модель задачи синтеза планов лесозаготовительных машин с учётом большого числа технологических ограничений. В работе рассматривается задача распределения комплексов лесозаготовительной техники по делянкам с определением последовательности и времени заготовки, при условии, что исходный список делянок в расчётном периоде известен. В модели учитываются: рейтинг комплексов, заданный на основе итогов работы, индивидуальные условия каждой лесосеки. Функция оптимизации — минимизация общих затрат, включающих затраты на перебазировку комплексов, освоение делянок, дополнительные транспортные затраты. Задача сведена к обобщённой задаче коммивояжёра. Предложен метод решения с использованием метаэвристического алгоритма имитации отжига.

В работе M. Frisk et al. [8] представлена модель в формулировке смешанного целочисленного линейного программирования задачи оперативного планирования лесозаготовок, актуальная для шведской лесной промышленности. Годовой горизонт планирования модели разбит на бизнес- и предсказательные периоды, продолжительность бизнес-периода равна одному дню, а предсказательного — месяцу. В бизнес-периоды осуществляется детальное моделирование транспортно-технологических процессов. В каждый бизнес-период принимаются решения, какую схему раскряжёвки применить на лесосеке для того, чтобы удовлетворить спрос потребителей, о поставках лесоматериалов, о запасах и перебазировках лесозаготовительных бригад. В прогнозных периодах не планируется перебазировка лесозаготовительных бригад. В работе предложен эвристический подход поиска решения, основанный на разбиении задачи на три фазы. В первой фазе рассматриваются только два агрегированных периода, все бизнес-периоды объединяются в один агрегированный бизнес-период, аналогично с прогнозными. Учитываются все ограничения модели, кроме перебазировок лесозаготовительных бригад. Результат фазы — распределение лесосек по агрегированным периодам. Во второй фазе рассматриваются только лесосеки, распределённые по бизнес-периодам в первой фазе. Учитываются все ограничения модели. Результат фазы — распределение лесосек по лесозаготовительным комплексам с указанием оптимального порядка их освоения. В третьей фазе рассматриваются все периоды планирования. Решается полная модель с учётом детального

графика лесосечных работ в бизнес-периодах из второй фазы, поэтому эта модель достаточно легко решается. Все расчёты выполнены с помощью коммерческого решателя за адекватное время. К недостаткам работы следует отнести использование специального параметра, предназначенного для присвоения приоритета разработки лесосек, расположенных рядом с местом базирования лесозаготовительной бригады, причём этот параметр задаётся аналитиком на основании опыта или через сценарии «что — если». В модели не учитываются длительность хранения лесоматериалов, транспортная инфраструктура и маршруты вывозки сортиментов, остатки на складах на начало горизонта планирования.

Целью нашей работы является построение математической модели недельного планирования, учитывающей результат оптимизации месячного планирования лесных грузопотоков [17] и лишённой вышеописанных недостатков. Математическая модель представлена ниже.

## 2. Материалы и методы

### 2.1. Математическая модель

#### 2.1.1. Целевая функция

$$Z_{revenues} - Z_{traveling} - Z_{production} - Z_{idling} - Z_{storage} - Z_{delivering} - Z_{undelivered} - Z_{roads} \rightarrow \max \quad (1)$$

$$Z_{revenues} = \sum_{c,p,a} pR_{cpa}^{internal} vD_{cpa}^{internal} + \sum_{q,p,a} pR_{qpa}^{external} vD_{wpat}^{external} \quad (2)$$

$$Z_{traveling} = \sum_{b,u,d} pC_{bu}^{ha} vW_{bud}^u \quad (3)$$

$$Z_{production} = \sum_{b,u,p,d} pC_{bupd}^{hl} vL_{bupd}^{buday} \quad (4)$$

$$Z_{idling} = \sum_{b,d} pPI vI_{bd} \quad (5)$$

$$Z_{storage} = \sum_{w,p,a,t} pC_{wt}^{sw} vS_{wpat}^w + \sum_{c,p,a,t} pC_{ct}^{cs} vS_{cpa}^c \quad (6)$$

$$Z_{delivering} = \sum_{u,w,p,a,l} pC_{uwpal}^{duw} vx_{uwpal}^{uw} + \sum_{u,c,p,a,l} pC_{ucpal}^{duc} vx_{ucpal}^{uc} + \sum_{w,c,p,a,l} pC_{wcpal}^{dwc} vx_{wcpal}^{wc} \quad (7)$$

$$Z_{undelivered} = \sum_{c,t} pPU vU_{ct}^{internal} + \sum_{w,t} pPU vU_{wt}^{external} \quad (8)$$

$$Z_{roads} = \sum_{r,t} vR_{rt} pRM_{rt} \quad (9)$$

### 2.1.2. Множества

**Таблица 1.** Множества. Sets

| Множество | Индекс        | Описание                                      |
|-----------|---------------|-----------------------------------------------|
| $sD$      | $d, d_i, d_j$ | Периоды планирования (дни)                    |
| $sT$      | $t, t_i, t_j$ | Периоды планирования (недели)                 |
| $sM$      | $m, m_i, m_j$ | Периоды планирования (месяцы)                 |
| $sF$      | $u$           | Лесосеки                                      |
| $sB$      | $b$           | Лесозаготовительных бригады                   |
| $sP$      | $p, p_i, p_j$ | Сортименты                                    |
| $sR$      | $r$           | Дороги                                        |
| $sA$      | $a, a_i, a_j$ | Длительность хранения лесоматериалов (недели) |
| $sC$      | $c$           | Потребители                                   |
| $sW$      | $w$           | Промежуточные склады, терминалы               |
| $sL$      | $l$           | Маршруты вывозки лесоматериалов               |
| $sV$      | $v$           | Лесовозные автопоезда                         |

### 2.1.3. Подмножества

**Таблица 2.** Подмножества. Subsets

| Подмножество | Множество | Описание                                                                                                                          |
|--------------|-----------|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| $sbA^{max}$  | $sA$      | Максимальная учитываемая длительность хранения (недели), соответствующая длительности хранения сортиментов в $a$ или более недель |
| $sbW^t$      | $sW$      | Терминалы                                                                                                                         |

### 2.1.4. Параметры

**Таблица 3.** Параметры. Parameters

| Параметр            | Описание                                                                                                                               |
|---------------------|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| $pW_{td}$           | 1 — если день $d$ входит в неделю $t$<br>0 — в противном случае                                                                        |
| $pM_{mt}$           | 1 — если неделя $t$ входит в месяц $m$<br>0 — в противном случае                                                                       |
| $pS_{bud}$          | 1 — если в день $d$ может начаться разработка лесосеки $u$ лесозаготовительной бригадой $b$<br>0 — в противном случае                  |
| $pP_{bud}^{buday}$  | 1 — если в день $d$ лесосека $u$ может разрабатываться лесозаготовительной бригадой $b$<br>0 — в противном случае                      |
| $pP_{but}^{buweek}$ | 1 — если в неделю $t$ лесосека $u$ может разрабатываться лесозаготовительной бригадой $b$<br>0 — в противном случае                    |
| $pP_{ut}^{uweek}$   | 1 — если в неделю $t$ лесосека $u$ может разрабатываться<br>0 — в противном случае                                                     |
| $pT_{bud}$          | Число дней, требуемых для завершения разработки лесосеки $u$ , разработка которой началась в день $d$ лесозаготовительной бригадой $b$ |

| Параметр              | Описание                                                                                                                                                 |
|-----------------------|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| $pU_{bud\_id\_j}$     | 1 — если в день $d_j$ разрабатывается лесосека $u$ , разработка которой началась в день $d_i$ лесозаготовительной бригадой $b$<br>0 — в противном случае |
| $pI_{up}$             | Ликвидный запас сортимента $p$ на лесосеке $u$                                                                                                           |
| $pL_{bupd}^{buday}$   | Объём заготовки сортимента $p$ на лесосеке $u$ лесозаготовительной бригадой $b$ за день $d$                                                              |
| $pL_{bupt}^{buweek}$  | Максимальный объём заготовки сортимента $p$ на лесосеке $u$ лесозаготовительной бригадой $b$ за неделю $t$                                               |
| $pL_{upt}^{uweek}$    | Максимальный объём заготовки сортимента $p$ на лесосеке $u$ за неделю $t$                                                                                |
| $pL_{bpt}^{bweek}$    | Максимальный объём заготовки сортимента $p$ лесозаготовительной бригадой $b$ за неделю $t$                                                               |
| $pC_{bu}^{ha}$        | Затраты на доставку операторов лесных машин лесозаготовительной бригады $b$ от места проживания / базирования до лесосеки $u$ в день, руб./день          |
| $pC_{bupd}^{hl}$      | Затраты на заготовку сортимента $p$ на лесосеке $u$ бригадой $b$ в день $d$ , руб./м <sup>3</sup>                                                        |
| $pPI$                 | Штраф за день простоя лесозаготовительной бригады, руб./день                                                                                             |
| $pA_{cra}^{internal}$ | 1 — если длительность хранения $a$ сортимента $p$ является приемлемой для потребителя $c$<br>0 — в противном случае                                      |
| $pA_{wpa}^{external}$ | 1 — если длительность хранения $a$ сортимента $p$ является приемлемой для покупателя сортиментов с терминала $w$<br>0 — в противном случае               |
| $pV_u^{umax}$         | Максимальный объём хранения сортиментов на верхнем складе лесосеки $u$                                                                                   |
| $pV_w^{wloaders}$     | Максимальная производительность погрузчиков на складе $w$                                                                                                |
| $pV_w^{wmax}$         | Максимальный объём хранения сортиментов на складе $w$                                                                                                    |
| $pV_{wpt}^{wmax}$     | Максимальный объём хранения сортимента $p$ на складе $w$ в периоде $t$                                                                                   |
| $pV_c^{cloaders}$     | Максимальная производительность погрузчиков на промплощадке потребителя $c$                                                                              |
| $pV_c^{cmax}$         | Максимальный объём хранения сортиментов на промплощадке потребителя $c$                                                                                  |
| $pV_{cpt}^{cmax}$     | Максимальный объём хранения сортимента $p$ на промплощадке потребителя $c$ в периоде $t$                                                                 |
| $pV_{upa}^{uinitial}$ | Объём сортимента $p$ возраста $a$ , находящегося на верхнем складе лесосеки $u$ на начало первого периода планирования (недели)                          |
| $pV_{wpa}^{winitial}$ | Объём сортимента $p$ возраста $a$ , находящегося на складе $w$ на начало первого периода планирования (недели)                                           |
| $pV_{cra}^{cinitial}$ | Объём сортимента $p$ возраста $a$ , находящегося на промплощадке потребителя $c$ на начало первого периода планирования (недели)                         |
|                       | Максимальный объём потребления сортимента $p$ потребителем $c$ в периоде планирования $t$                                                                |
|                       | Максимальный объём потребления сортимента $p$ потребителем $c$                                                                                           |
| $pD_{cpt}^{cLB}$      | Минимальный объём потребления сортимента $p$ потребителем $c$ в периоде планирования $t$                                                                 |
| $pD_{wpt}^{wUB}$      | Максимальный объём продажи сортимента $p$ со склада $w$ в периоде                                                                                        |

| Параметр              | Описание                                                                                                                     |
|-----------------------|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
|                       | планирования $t$                                                                                                             |
| $pD_{wp}^{wmax}$      | Максимальный объём продажи сортимента $p$ со склада $w$                                                                      |
| $pD_{wpm}^{wLB}$      | Минимальный объём продажи сортимента $p$ со склада $w$ в периоде планирования $t$                                            |
| $pC_{wt}^{sw}$        | Затраты на хранение древесины на складе $w$ в периоде планирования $t$ , руб/м <sup>3</sup>                                  |
| $pC_{ct}^{sc}$        | Затраты на хранение древесины на промплощадке потребителя $c$ в периоде планирования $t$ , руб/м <sup>3</sup>                |
| $pRC_r^r$             | Максимальный грузооборот дороги $r$                                                                                          |
| $pRC_l^l$             | Грузооборот дороги с минимальным максимальным грузооборотом из числа дорог, входящих в маршрут                               |
| $pLE_{uwl}^{uw}$      | 1 — если перевозка сортиментов с лесосеки $u$ на склад $w$ может осуществляться по маршруту $l$<br>0 — в противном случае    |
| $pLE_{ucl}^{uc}$      | 1 — если перевозка сортиментов с лесосеки $u$ потребителю $c$ может осуществляться по маршруту $l$<br>0 — в противном случае |
| $pLE_{wcl}^{wc}$      | 1 — если перевозка сортиментов со склада $w$ потребителю $c$ может осуществляться по маршруту $l$<br>0 — в противном случае  |
| $pLL_{uwl}^{uw}$      | Протяжённость маршрута поставки $l$ от верхнего склада лесосеки $u$ до склада $w$                                            |
| $pLL_{ucl}^{uc}$      | Протяжённость маршрута поставки $l$ от верхнего склада лесосеки $u$ до промплощадки потребителя $c$                          |
| $pLL_{wcl}^{wc}$      | Протяжённость маршрута поставки $l$ от склада $w$ до промплощадки потребителя $c$                                            |
| $pNR_{lr}$            | Число дорог $r$ , входящих в маршрут $l$                                                                                     |
| $pRE_{lr}$            | 1 — если дорога $r$ входит в маршрут $l$<br>0 — в противном случае                                                           |
| $pTW_{vt}$            | Максимальная транспортная работа лесовозного автопоезда $v$ за период $t$                                                    |
| $pC_{uwpal}^{duw}$    | Затраты на перевозку сортимента $p$ возраста $a$ с лесосеки $u$ на склад $w$ по маршруту $l$ , руб/м <sup>3</sup>            |
| $pC_{ucpal}^{duc}$    | Затраты на перевозку сортимента $p$ возраста $a$ с лесосеки $u$ потребителю $c$ по маршруту $l$ , руб/м <sup>3</sup>         |
| $pC_{wcpal}^{dwc}$    | Затраты на перевозку сортимента $p$ возраста $a$ со склада $w$ потребителю $c$ по маршруту $l$ , руб/м <sup>3</sup>          |
| $pR_{cpa}^{internal}$ | Цена продажи сортимента $p$ возраста $a$ потребителю $c$ , руб/м <sup>3</sup>                                                |
| $pR_{qpa}^{external}$ | Цена продажи сортимента $p$ возраста $a$ со склада $w$ , руб/м <sup>3</sup>                                                  |
| $pPU$                 | Штраф за невыполнение договорных обязательств по поставке сортиментов потребителю, руб/м <sup>3</sup>                        |
| $pRM_{rt}$            | Стоимость содержания дороги $r$ в периоде $t$ , руб.                                                                         |

2.1.5. Переменные

Таблица 4. Переменные. Variables

| Переменная             | Описание                                                                                                                    |
|------------------------|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| $vH_{bud}$             | 1 — если лесозаготовительная бригада $b$ начинает разрабатывать лесосеку $u$ в день $d$<br>0 — в противном случае           |
| $vW_{bud}^u$           | 1 — если лесозаготовительная бригада $b$ разрабатывает лесосеку $u$ в день $d$<br>0 — в противном случае                    |
| $vW_{bd}$              | 1 — если лесозаготовительная бригада $b$ работает в день $d$<br>0 — в противном случае                                      |
| $vI_{bd}$              | 1 — если лесозаготовительная бригада $b$ простаивает в день $d$<br>0 — в противном случае                                   |
| $vL_{bupd}^{buday}$    | Объем заготовки сортимента $p$ на лесосеке $u$ лесозаготовительной бригадой $b$ за день $d$                                 |
| $vL_{bupt}^{buweek}$   | Объем заготовки сортимента $p$ на лесосеке $u$ лесозаготовительной бригадой $b$ за неделю $t$                               |
| $vL_{upt}^{uweek}$     | Объем заготовки сортимента $p$ на лесосеке $u$ за неделю $t$                                                                |
| $vL_{bpt}^{bweek}$     | Объем заготовки сортимента $p$ лесозаготовительной бригадой $b$ за неделю $t$                                               |
| $vS_{upat}^u$          | Объем хранения сортимента $p$ возраста $a$ на верхнем складе лесосеки $u$ в периоде $t$                                     |
| $vS_{wpat}^w$          | Объем хранения сортимента $p$ возраста $a$ на складе $w$ в периоде $t$                                                      |
| $vS_{cpat}^c$          | Объем хранения сортимента $p$ возраста $a$ на промплощадке потребителя $c$ в периоде $t$                                    |
| $vX_{uwpat}^{uw}$      | Объем транспортировки сортимента $p$ возраста $a$ с лесосеки $u$ на склад $w$ по маршруту $l$ в периоде планирования $t$    |
| $vX_{ucpat}^{uc}$      | Объем транспортировки сортимента $p$ возраста $a$ с лесосеки $u$ потребителю $c$ по маршруту $l$ в периоде планирования $t$ |
| $vX_{wcpat}^{wc}$      | Объем транспортировки сортимента $p$ возраста $a$ с лесосеки $u$ потребителю $c$ по маршруту $l$ в периоде планирования $t$ |
| $vD_{cpat}^{internal}$ | Объем сортимента $p$ возраста $a$ переработанный потребителем $c$ в периоде планирования $t$                                |
| $vD_{wpat}^{external}$ | Объем сортимента $p$ возраста $a$ , проданный со склада $w$ в периоде планирования $t$                                      |
| $vY_{lt}$              | 1 — если маршрут $l$ используется для вывозки сортиментов в периоде $t$<br>0 — в противном случае                           |
| $vR_{rt}$              | 1 — если дорога $r$ содержится в периоде $t$<br>0 — в противном случае                                                      |
| $vU_{ct}^{internal}$   | Объем невыполнения обязательств перед потребителем $c$                                                                      |
| $vU_{wt}^{external}$   | Объем невыполнения обязательств при продаже сортиментов со склада $w$                                                       |

Таблица 5. Свойства переменных. Variable properties

| Переменная             | Тип      | Левая граница | Правая граница       | Область возможных значений                                                                                          |
|------------------------|----------|---------------|----------------------|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| $vH_{bud}$             | Бинарная | 0             | 1                    | $b \in sB, u \in sF, d \in sD,$<br>$pS_{bud} = 1$                                                                   |
| $vW_{bud}^u$           | Дробная  | 0             | 1                    | $b \in sB, u \in sF, d \in sD,$<br>$pP_{bud}^{buday} = 1$                                                           |
| $vW_{bd}$              | Дробная  | 0             | 1                    | $b \in sB, d \in sD$                                                                                                |
| $vI_{bd}$              | Дробная  | 0             | 1                    | $b \in sB, d \in sD$                                                                                                |
| $vL_{bupd}^{buday}$    | Дробная  | 0             | $pL_{bupd}^{buday}$  | $b \in sB, u \in sF, p \in sP,$<br>$d \in sD, pI_{up} > 0 \text{ м}^3,$<br>$pP_{bud}^{buday} = 1$                   |
| $vL_{bupt}^{buweek}$   | Дробная  | 0             | $pL_{bupt}^{buweek}$ | $b \in sB, u \in sF, p \in sP,$<br>$t \in sT, pI_{up} > 0 \text{ м}^3,$<br>$pP_{bup}^{buweek} = 1$                  |
| $vL_{upt}^{uweek}$     | Дробная  | 0             | $pL_{upt}^{uweek}$   | $u \in sF, p \in sP, t \in sT,$<br>$pI_{up} > 0 \text{ м}^3, pP_{ut}^{uweek} = 1$                                   |
| $vL_{bpt}^{bweek}$     | Дробная  | 0             | $pL_{bpt}^{bweek}$   | $b \in sB, p \in sP, t \in sT$                                                                                      |
| $vS_{upat}^u$          | Дробная  | 0             | $pV_u^{umax}$        | $u \in sF, p \in sP, a \in sA,$<br>$t \in sT, pI_{up} > 0 \text{ м}^3$                                              |
| $vS_{wpat}^w$          | Дробная  | 0             | $pV_{wpt}^{wmax}$    | $w \in sW, p \in sP, a \in sA, t \in sT$                                                                            |
| $vS_{cpat}^c$          | Дробная  | 0             | $pV_{cpt}^{cmax}$    | $c \in sC, p \in sP, a \in sA, t \in sT$                                                                            |
| $vX_{uwpalt}^{uw}$     | Дробная  | 0             | $pI_{up}$            | $u \in sF, w \in sW, p \in sP,$<br>$a \in sA, l \in sL, t \in sT,$<br>$pI_{up} > 0 \text{ м}^3, pLE_{uwl}^{uw} = 1$ |
| $vX_{ucpalt}^{uc}$     | Дробная  | 0             | $pI_{up}$            | $u \in sF, c \in sC, p \in sP,$<br>$a \in sA, l \in sL, t \in sT,$<br>$pI_{up} > 0 \text{ м}^3, pLE_{ucl}^{uc} = 1$ |
| $vX_{wcpalt}^{wc}$     | Дробная  | 0             | $pRC_l$              | $w \in sW, c \in sC, p \in sP,$<br>$a \in sA, l \in sL, t \in sT,$<br>$pLE_{wcl}^{wc} = 1$                          |
| $vD_{cpat}^{internal}$ | Дробная  | 0             |                      | $c \in sC, p \in sP, a \in sA, t \in sT,$<br>$pA_{cpa}^{internal} = 1$                                              |
| $vD_{wpat}^{external}$ | Дробная  | 0             | $pD_{wpt}^{wmax}$    | $w \in sbW^t, p \in sP, a \in sA,$<br>$t \in sT, pA_{wpa}^{external} = 1$                                           |
| $vU_{lt}$              | Бинарная | 0             | 1                    | $l \in sL, t \in sT$                                                                                                |
| $vR_{rt}$              | Дробная  | 0             | 1                    | $r \in sR, t \in sT$                                                                                                |
| $vU_{cpm}^{internal}$  | Дробная  | 0             | $pD_{cpm}^{clb}$     | $c \in sC, p \in sP, m \in sM$                                                                                      |
| $vU_{wpm}^{external}$  | Дробная  | 0             | $pD_{wpm}^{wlb}$     | $w \in sW, p \in sP, m \in sM$                                                                                      |

2.1.6. Ограничения

$$\sum_{b=1}^B \sum_{d=1}^{D|pS_{bud}=1} vH_{bud} = 1 \forall u \in sF \quad (10)$$

$$vH_{bud_i} pT_{bud_i} \leq \sum_{d_j=1}^{D|pU_{bud_id_j}=1} vW_{bud_j}^u \forall b \in sB, u \in sF, d_i \in sD, pS_{bud_i} = 1 \quad (11)$$

$$\sum_{u=1}^{sF|pP_{bud}^{buday}} vW_{bud}^u = vW_{bd} \forall b \in sB, d \in sD \quad (12)$$

$$1 - vW_{bd} = vI_{bd} \forall b \in sB, d \in sD \quad (13)$$

$$vL_{bupd}^{buday} = pL_{bupd}^{buday} vW_{bud}^u \forall u \in sF, b \in sB, p \in sP, d \in sD, pI_{up} > 0 \text{ M}^3, pP_{bud}^{buday} = 1 \quad (14)$$

$$vL_{bupt}^{buweek} = \sum_{d=1}^{D|pW_{td}=1} vL_{bupd}^{buday} \forall u \in sF, b \in sB, p \in sP, t \in T, pI_{up} > 0 \text{ M}^3, pP_{but}^{buweek} = 1 \quad (15)$$

$$vL_{bpt}^{bweek} = \sum_{u=1}^{sF} vL_{bupt}^{buweek} \forall b \in sB, p \in sP, t \in T \quad (16)$$

$$vL_{upt}^{uweek} = \sum_{b=1}^{sB} vL_{bupt}^{buweek} \forall u \in sF, p \in sP, t \in T, pI_{up} > 0 \text{ M}^3, pP_{ut}^{uweek} = 1 \quad (17)$$

$$vS_{upat}^u = vL_{upt}^{uweek} - \sum_{w=1}^{sW} \sum_{l=1}^{sL} vx_{uwpalt}^{uw} - \sum_{c=1}^{sC} \sum_{l=1}^{sL} vx_{ucpalt}^{uc} \forall u \in sF, p \in sP, a = 1, t \in sT, pI_{up} > 0 \text{ M}^3 \quad (18)$$

$$vS_{upat}^u = pV_{upa}^{uinitial} - \sum_{w=1}^{sW} \sum_{l=1}^{sL} vx_{uwpalt}^{uw} - \sum_{c=1}^{sC} \sum_{l=1}^{sL} vx_{ucpalt}^{uc} \forall u \in sF, p \in sP, a > 1, t \in sT, pI_{up} > 0 \text{ M}^3 \quad (19)$$

$$vS_{upat}^u = vS_{up(a-1)(t-1)}^u - \sum_{w=1}^{sW} \sum_{l=1}^{sL} vx_{uwpalt}^{uw} - \sum_{c=1}^{sC} \sum_{l=1}^{sL} vx_{ucpalt}^{uc} \forall u \in sF, p \in sP, a > 1, a \notin sbA^{max}, t > 1, pI_{up} > 0 \text{ M}^3 \quad (20)$$

$$vS_{upat}^u = vS_{up(a-1)(t-1)}^u + vS_{upa(t-1)}^u - \sum_{w=1}^{sW} \sum_{l=1}^{sL} vx_{uwpalt}^{uw} - \sum_{c=1}^{sC} \sum_{l=1}^{sL} vx_{ucpalt}^{uc} \forall u \in sF, p \in sP, a \in sbA^{max}, t > 1, pI_{up} > 0 \text{ M}^3 \quad (21)$$

$$\sum_{p=1}^{sP} \sum_{a=1}^{sA} vS_{upat}^u \leq pV_u^{umax} \forall u \in sF, t \in sT \quad (22)$$

$$vS_{wpat}^w = \sum_{u=1}^{sF} \sum_{l=1}^{sL} vx_{uwpalt}^{uw} - \sum_{c=1}^{vC} \sum_{l=1}^{sL} vx_{wcpalt}^{wc} - vD_{wpat}^{external} \quad \forall w \in sW, p \in sP, a = 1, t \in sT \quad (23)$$

$$vS_{wpat}^w = pV_{wpa}^{winitial} + \sum_{u=1}^{sF} \sum_{l=1}^{sL} vx_{uwpalt}^{uw} - \sum_{c=1}^{vC} \sum_{l=1}^{sL} vx_{wcpalt}^{wc} - vD_{wpat}^{external} \quad \forall w \in sW, p \in sP, a > 1, t = 1 \quad (24)$$

$$vS_{wpat}^w = vS_{wp(a-1)(t-1)}^w + \sum_{u=1}^{sF} \sum_{l=1}^{sL} vx_{uwpalt}^{uw} - \sum_{c=1}^{vC} \sum_{l=1}^{sL} vx_{wcpalt}^{wc} - vD_{wpat}^{external} \quad \forall w \in sW, p \in sP, a > 1, a \notin sbA^{max}, t > 1 \quad (25)$$

$$vS_{wpat}^w = vS_{wp(a-1)(t-1)}^w + vS_{wpa(t-1)}^w + \sum_{u=1}^{sF} \sum_{l=1}^{sL} vx_{uwpalt}^{uw} - \sum_{c=1}^{vC} \sum_{l=1}^{sL} vx_{wcpalt}^{wc} - vD_{wpat}^{external} \quad \forall w \in sW, p \in sP, a \in sbA^{max}, t > 1 \quad (26)$$

$$\sum_{p=1}^{sP} \sum_{a=1}^{sA} vS_{wpat}^w \leq pV_w^{wmax} \quad \forall w \in sW, t \in sT \quad (27)$$

$$\sum_{a=1}^{sA} vS_{wpat}^w \leq pV_{wpt}^{wmax} \quad \forall w \in sW, p \in sP, t \in sT \quad (28)$$

$$\sum_{u,p,a,l} vx_{uwpalt}^{uw} + \sum_{c,p,a,l} vx_{ucpalt}^{uc} + \sum_{p,a} vD_{wpat}^{external} \leq pV_{wt}^{wloaders} \quad \forall w \in sbW^t, t \in sT \quad (29)$$

$$\sum_{t=1}^{T|pM_{mt}=1} \sum_{a=1}^{sA|pA_{wpa}^{external}} vD_{wpat}^{external} \leq pD_{wpm}^{wUB} \quad \forall w \in sW, p \in sP, m \in sM \quad (30)$$

$$\sum_{t=1}^{T|pM_{mt}=1} \sum_{a=1}^{sA|pA_{wpa}^{external}} vD_{wpat}^{external} + vU_{wpm}^{external} \geq pD_{wpm}^{wLB} \quad \forall wc \in sW, p \in sP, m \in sM \quad (31)$$

$$vS_{cpat}^c = \sum_{u=1}^{sbF^u} \sum_{l=1}^{sL} vx_{ucpalt}^{uc} + \sum_w \sum_{l=1}^{sL} vx_{wcpal}^{wc} - vD_{cpat}^{internal} \quad \forall c \in sC, p \in sP, a = 1, t \in sT \quad (32)$$

$$vS_{cpat}^c = pV_{cpa}^{cinitial} + \sum_{u=1}^{sbF^u} \sum_{l=1}^{sL} vx_{ucpalt}^{uc} + \sum_w \sum_{l=1}^{sL} vx_{wcpal}^{wc} - vD_{cpat}^{internal} \quad \forall c \in sC, p \in sP, a > 1, t = 1 \quad (33)$$

$$vS_{cpat}^c = vS_{cp(a-1)(t-1)}^c + \sum_{u=1}^{sbF^u} \sum_{l=1}^{sL} vx_{ucpalt}^{uc} + \sum_w \sum_{l=1}^{sL} vx_{wcpal}^{wc} - vD_{cpat}^{internal} \quad \forall c \in sC, p \in sP, a > 1, a \notin sbA^{max}, t > 1 \quad (34)$$

$$vS_{cpat}^c = vS_{cp(a-1)(t-1)}^c + vS_{cpa(t-1)}^c + \sum_{u=1}^{sbF^u} \sum_{l=1}^{sL} vx_{ucpalt}^{uc} + \sum_w \sum_{l=1}^{sL} vx_{wcpal}^{wc} - vD_{cpat}^{internal} \quad \forall c \in sC, p \in sP, a \in sbA^{max}, t > 1 \quad (35)$$

$$\sum_{p=1}^{sP} \sum_{a=1}^{sA} vS_{cpat}^c \leq pV_c^{cmax} \forall c \in sC, t \in sT \quad (36)$$

$$\sum_{a=1}^{sA} vS_{cpat}^c \leq pV_{cpt}^{cmax} \forall c \in sC, p \in sP, t \in sT \quad (37)$$

$$\sum_{u,p,a,l} vx_{ucpalt}^{uc} + \sum_{w,p,a,l} vx_{wcpalt}^{wc} + \sum_{p,a} vD_{cpat}^{internal} \leq pV_{ct}^{loaders} \forall c \in sC, t \in sT \quad (38)$$

$$\sum_{t=1}^{T|pM_{mt}=1} \sum_{a=1}^{sA|pA_{cpa}^{internal}} vD_{cpat}^{internal} \leq pD_{cpm}^{cUB} \forall c \in sC, p \in sP, m \in sM \quad (39)$$

$$\sum_{t=1}^{T|pM_{mt}=1} \sum_{a=1}^{sA|pA_{cpa}^{internal}} vD_{cpat}^{internal} + vU_{cpm}^{internal} \geq pD_{cpm}^{cLB} \forall c \in sC, p \in sP, m \in sM \quad (40)$$

$$\sum_{v=1}^{sV} pTW_v \geq \sum_{\substack{u,w,p,a,l \\ \in sT}} vx_{uwpal}^{uw} pLL_{uwl}^{uw} + \sum_{u,c,p,a,l} vx_{ucpal}^{uc} pLL_{ucl}^{uc} + \sum_{w,c,p,a,l} vx_{wcpal}^{wc} pLL_{wcl}^{wc} \forall t \quad (41)$$

$$\sum_{u,w,p,a,l|pRE_{lr}=1} vx_{uwpalt}^{uw} + \sum_{u,c,p,a,l|pRE_{lr}=1} vx_{ucpalt}^{uc} + \sum_{w,c,p,a,l|pRE_{lr}=1} vx_{wcpalt}^{wc} \leq pRC_r^r \forall r \in sR, t \in sT \quad (42)$$

$$\sum_{u,w,p,a,l,t|pRE_{lr}=1, pM_{mt}=1} vx_{uwpalt}^{uw} + \sum_{u,c,p,a,l,t|pRE_{lr}=1, pM_{mt}=1} vx_{ucpalt}^{uc} + \sum_{w,c,p,a,l,t|pRE_{lr}=1, pM_{mt}=1} vx_{wcpalt}^{wc} \leq pRC_r^r \forall r \in sR, m \in sM \quad (43)$$

$$\sum_{u,w,p,a,l,t|pRE_{lr}=1} vx_{uwpalt}^{uw} + \sum_{u,c,p,a,l,t|pRE_{lr}=1} vx_{ucpalt}^{uc} + \sum_{w,c,p,a,l,t|pRE_{lr}=1} vx_{wcpalt}^{wc} \leq pRC_r^r \forall r \in sR \quad (44)$$

$$\sum_{u,w,p,a} vx_{uwpalt}^{uw} + \sum_{u,c,p,a} vx_{ucpalt}^{uc} + \sum_{w,c,p,a} vx_{wcpalt}^{wc} \leq vy_{lt} pRC_l^l \forall l \in sL, t \in sT \quad (45)$$

$$vy_{lt} pNR_{lr} \leq \sum_{r=1} vR_{rt} \forall l \in sL, t \in sT \quad (46)$$

Целевая функция (1) заключается в максимизации прибыли, рассчитываемой как разница между выручкой от продаж пиловочника внутренним и внешним потребителям (2) и суммарными затратами на транспортно-технологические процессы (3, 4, 6, 7), затратами на содержание дорог (9), потерями, вызванными простоями лесозаготовительных бригад (5), и штрафами за нарушение договорных обязательств с внутренними и внешними клиентами (8). Затраты на транспортно-технологические процессы подразделяются на затраты на

доставку операторов лесных машин от мест проживания или базирования лесозаготовительной бригады до лесосек (3), затраты на лесосечные работы (4), затраты на хранение сортиментов на терминалах и промплощадках потребителей (6), затраты на вывозку от верхних складов лесосек до промежуточных складов или терминалов, от верхних складов лесосек до промплощадок потребителей, от промежуточных складов или терминалов до промплощадок потребителей (7). Элемент (8) целевой функции предназначен для контроля качества исходных данных, кроме того, он гарантирует решаемость модели, когда это необходимо. За невыполнение договорных обязательств по поставке сортиментов потребителю в исходные данные вносится значительный штраф за куб. м древесины, превышающий реальное значение в контрактах, для того, чтобы выявлять проблемы с решаемостью модели. Если в результатах расчёта элемент (8) не равен нулю, важно пересмотреть исходные данные модели, поскольку при корректных исходных данных этот элемент всегда равен нулю.

Первый набор ограничений (10) гарантирует, что лесосека разрабатывается только один раз. Набор ограничений (10) соответствует классической формулировке модели оперативного планирования лесозаготовок (Модель I) [12], однако т. к. рассматриваемая в статье модель учитывает результат оптимизации ежемесячного планирования лесных грузопотоков, в который в т. ч. входит ежемесячный график работы каждой бригады, стало возможным значительно сократить область допустимых значений переменной  $vH_{bud}$ , задав дни, в один из которых начнётся разработка лесосеки. Набор ограничений (11) гарантирует непрерывность работы лесозаготовительной бригады на лесосеке и в отличие от стандартной формулировки (47) является намного более компактным, т. к. задаётся не для всех дней, в которые лесосека может разрабатываться, а только для тех дней, в один из которых начнётся её разработка. Рассмотрим следующий пример: для полного освоения лесосеки  $u1$  бригадой  $b1$  требуется пять дней, разработка может начаться в день  $d1$  или  $d2$ , ниже раскроем стандартную (48) и предложенную формулировки (49).

$$vW_{bud}^u \leq vH_{bu(d-1)} + vW_{bu(d-1)}^u \quad \forall b \in sB, u \in sbF^u, d \in sD, pP_{bud}^{bunday} = 1 \quad (47)$$

$$vW_{b1u1d2}^u \leq vH_{b1u1d1} + vW_{b1u1d1}^u$$

$$vW_{b1u1d3}^u \leq vH_{b1u1d2} + vW_{b1u1d2}^u$$

$$vW_{b1u1d4}^u \leq vW_{b1u1d3}^u \quad (48)$$

$$vW_{b1u1d5}^u \leq vW_{b1u1d4}^u$$

$$vvW_{b1u1d6}^u \leq W_{b1u1d5}^u$$

$$vH_{b1u1d1} \times 5 \leq vW_{b1u1d1}^u + vW_{b1u1d2}^u + vW_{b1u1d3}^u + vW_{b1u1d4}^u + vW_{b1u1d5}^u$$

$$vH_{b1u1d2} \times 5 \leq vW_{b1u1d2}^u + vW_{b1u1d3}^u + vW_{b1u1d4}^u + vW_{b1u1d5}^u + vW_{b1u1d6}^u \quad (49)$$

Предложенная формулировка раскрывается в два ограничения, тогда как стандартная — в пять. Влияние количества ограничений модели на время поиска решения линейной релаксации целочисленной модели значительнее, чем количества переменных [11], следовательно, предложенная формулировка может считаться улучшением представленной модели.

С помощью наборов ограничений (12, 13) определяются дни простоя лесозаготовительных бригад. Наборы ограничений (14, 15) позволяют определить объём заготовки сортиментов лесозаготовительными бригадами на лесосеках за день и неделю

соответственно, набор ограничений (16) — какой объём сортиментов производит лесозаготовительная бригада за одну неделю, а набор ограничений (17) — какой объём сортиментов заготовлен на лесосеке за неделю.

Наборы ограничений (18—21) позволяют определить запас сортиментов на верхних складах лесосек и их длительность хранения на конец периода планирования, набор ограничений (18) — запас сортиментов, хранящихся на верхнем складе лесосеки одну неделю, такая длительность хранения соответствует сортиментам, заготовленным на лесосеке в рассматриваемом периоде. Набор ограничений (19) задаётся для первого периода планирования и любой длительности хранения, кроме минимальной. Это ограничение необходимо для учёта остатков на складах на начало горизонта планирования. Набор ограничений (19) является одним из улучшений представленной модели по сравнению с известными, описанными в работах [8], [9]. Набор ограничений (20) позволяет определить запас сортиментов на верхнем складе лесосеки для любой длительности хранения, кроме минимальной и максимальной; набор ограничений (21) — запас сортиментов максимальной длительности хранения на верхнем складе лесосеки. Кроме того, наборы ограничений (18—21) используются для моделирования поставок с верхних складов лесосек на промежуточные склады, терминалы и промплощадки потребителей. Набор ограничений (22) ограничивает максимальный объём хранения сортиментов на верхнем складе лесосеки. Наборы ограничений (23—26) аналогичны (18—21), они позволяют определить запас на промежуточных складах и терминалах и смоделировать поставки с промежуточных складов и терминалов на промплощадки потребителей, а также продажу сортиментов с терминалов. Набор ограничений (27) ограничивает максимальный объём хранения сортиментов на промежуточных складах и терминалах; набор ограничений (28) — максимальный объём хранения на промежуточных складах и терминалах отдельно по каждому сортименту; набор ограничений (29) — поставки на терминал и с терминала максимальной производительностью погрузчиков. С помощью наборов ограничений (30, 31) задаются минимальная и максимальная границы продажи сортиментов со склада в соответствии с договорными обязательствами. В наборе ограничений (31) учитывается нежелательная ситуация несоблюдения обязательств. Наборы ограничений (32—40) аналогичны (23—31) и задаются для моделирования запаса на промплощадках потребителей и соответствующих грузопотоков.

Объём перевозки древесины между лесосеками, складами и потребителями за период ограничен максимальной транспортной работой лесовозного автотранспорта (41). Наборы ограничений (42—44) ограничивают объём перевозки сортиментов по дороге за неделю, месяц и горизонт планирования соответственно её нормативным грузооборотам за месяц.

Набор ограничений (45) позволяет моделировать логическую конструкцию «если — то», а именно: если по маршруту осуществляется перевозка сортиментов в рассматриваемом периоде, то бинарная переменная  $vu_{lt}$  отображает, используется ли маршрут  $l$  в периоде  $t$ , и равна 1, ноль в противном случае. Ограничения такого типа часто называются в литературе ограничениями с большим  $M$  («BigM»). Большое  $M$  — это коэффициент, значение которого в правой части неравенства позволяет переменным в левой части принять любой значение, если бинарная переменная в правой части равна 1. Чем ближе значение этого коэффициента к правой границе допустимого значения переменных в левой части неравенства, тем эффективнее будет работать решатель [11]. В качестве большого  $M$  используется грузооборот дороги с минимальным максимальным грузооборотом из числа дорог, входящих в маршрут  $l$ . В коммерческих решателях есть специальный вид ограничений, называемый «индикаторные ограничения» и позволяющий моделировать логические конструкции «если — то» без использования большого  $M$ . Такие ограничения лишены недостатков ограничений

большим  $M$ , описанных в работе [11]. В работе [13] приведены неудовлетворительные результаты предварительного анализа возможности их использования. Набор ограничений (46) аналогично (11) гарантирует, что все дороги, входящие в маршрут, содержатся в периоде, в котором этот маршрут используется для перевозки сортиментов. Как и (11), набор ограничений (46) может считаться улучшением предложенной модели, т. к. он значительно сокращает число ограничений.

### 3.1. Вычислительный эксперимент

Модель реализована в системе математического моделирования AIMMS v4.60.2.3, решения находились напрямую с помощью коммерческого решателя CPLEX v12.8. Для расчётов использовался ноутбук MSI GT72VR 7RE.

Эксперимент проведён по данным лесоперерабатывающей компании за апрель 2016 г. Рассматривался один лесозаготовительный участок. Расчёт основан на результате оптимизации месячного планирования лесных грузопотоков, предоставленном компанией, включающем месячные графики работы лесозаготовительных бригад; продолжительность разработки лесосек; объёмы заготавливаемой древесины на лесосеках, разбитые по номенклатурам; месячный спрос потребителей, представленный верхней и нижней границами. Пространственные данные размещения лесосек и дорожной сети с их характеристиками получены из геоинформационной системы лесозаготовительной компании. Технические характеристики техники, используемой на лесосечных, транспортных и складских работах, взяты из ERP системы компании.

Для расчёта затрат используется метод учёта затрат по видам деятельности (Activity-Based Costing, сокращенно ABC), предложенный в работе T. Nurminen et al. [14]. Стоимостные факторы были изменены в соответствии с условиями отечественной лесной промышленности. Видами деятельности принимаются лесозаготовительные работы, выполняемые харвестером, трелёвка и штабелёвка круглых лесоматериалов — форвардером и лесотранспортные работы — лесовозными автопоездами.

В таблице 5 представлены основные характеристики рассмотренного сценария.

**Таблица 5.** Исходные данные расчёта. Input data

| Показатель                      | Значение |
|---------------------------------|----------|
| Дни                             | 30       |
| Недели                          | 5        |
| Месяцы                          | 1        |
| Лесосеки                        | 6        |
| Склады                          | 2        |
| Потребители                     | 1        |
| Сортименты                      | 7        |
| Длительность хранения в неделях | 5        |
| Дороги                          | 6        |
| Маршруты                        | 20       |
| Лесовозы                        | 6        |
| Остатки на начало планирования  | 16 204   |
| Ликвидный запас                 | 24 395   |
| Спрос (нижняя граница)          | 17 650   |
| Спрос (верхняя граница)         | 35 300   |

### 3. Результаты

В таблицах 6—7 представлены результаты расчёта, размер оптимизационной модели и время расчёта соответственно; в таблице 8 — расчётный график лесосечных работ, в котором указано количество дней работы бригады на лесосеке за неделю; в таблице 9 — график поставки сортиментов потребителям; в таблице 10 — график содержания дорожной сети.

**Таблица 6.** Результаты расчёта. Solution results

| Элемент целевой функции | Значение, руб. |
|-------------------------|----------------|
| $Z_{revenues}$          | 43 830 948.57  |
| $Z_{traveling}$         | 93 100         |
| $Z_{production}$        | 10 346 257.27  |
| $Z_{idling}$            | 400 000        |
| $Z_{storage}$           | 0              |
| $Z_{delivering}$        | 4 474 202.3    |
| $Z_{undelivered}$       | 0              |
| $Z_{roads}$             | 3 150 000      |

**Таблица 7.** Размер оптимизационной модели и время расчёта. Size of optimization model and solution time

| Показатель                         | Значение   |
|------------------------------------|------------|
| Ограничений                        | 2 078      |
| Переменных                         | 4 193      |
| В т. ч. целочисленных              | 118        |
| Отклонение от оптимального решения | 0,00       |
| Время расчёта, с                   | 0,64       |
| Значение целевой функции, руб.     | 25 367 389 |

**Таблица 8.** График лесосечных работ. Harvesting schedule

| Лесозаготовительная бригада                | Недели        | 14 | 15 | 16 | 17 | 18 |
|--------------------------------------------|---------------|----|----|----|----|----|
|                                            | Лесосека      |    |    |    |    |    |
| Харвестер + Форвардер Поннсе (1-я бригада) | Лесосека-74-1 | 1  | 6  |    |    |    |
| Харвестер + Форвардер Поннсе (1-я бригада) | Лесосека-74-2 |    | 1  | 6  |    |    |
| Харвестер + Форвардер Поннсе (1-я бригада) | Лесосека-74-3 |    |    | 1  | 7  | 6  |
| Харвестер + Форвардер Поннсе (2-я бригада) | Лесосека-92-1 | 3  | 7  | 2  |    |    |
| Харвестер + Форвардер Поннсе (2-я бригада) | Лесосека-92-2 |    |    | 5  | 7  | 5  |
| Харвестер + Форвардер Поннсе (2-я бригада) | Лесосека-92-3 |    |    |    |    | 1  |

**Таблица 9.** График поставки сортиментов. Transporting schedule

| Потребитель             | Сортимент               | Неделя  | 14      | 15      | 16      | 17      | 18      |
|-------------------------|-------------------------|---------|---------|---------|---------|---------|---------|
|                         |                         | Возраст |         |         |         |         |         |
| ЦБК                     | Баланс сосновый         | 2       | 4924.24 |         |         |         |         |
| ЦБК                     | Баланс осиновый         | 5       | 500.00  |         |         |         |         |
| ЦБК                     | Баланс еловый           | 1       | 530.00  | 2421.24 | 2279.43 | 2474.29 | 2187.84 |
| ЦБК                     | Баланс еловый           | 2       |         |         |         |         | 107.21  |
| ЦБК                     | Баланс берёзовый        | 1       |         | 23.85   |         |         | 276.15  |
| ЦБК                     | Баланс берёзовый        | 5       | 74.02   | 150.75  | 975.22  |         |         |
| Железнодорожная станция | Пиловочник еловый       | 1       | 196.00  | 852.48  | 655.71  | 976.28  | 768.63  |
| Железнодорожная станция | Фанерный кряж берёзовый | 1       | 11.00   | 27.10   |         |         | 31.56   |
| Железнодорожная станция | Фанерный кряж берёзовый | 2       |         | 2.14    | 11.43   |         | 40.80   |
| Железнодорожная станция | Фанерный кряж берёзовый | 3       |         |         |         |         | 33.19   |
| Железнодорожная станция | Фанерный кряж берёзовый | 4       |         |         |         |         | 2.29    |

**Таблица 10.** График содержания дорожной сети. Road network maintenance

| Неделя                    | 14 | 15 | 16 | 17 | 18 |
|---------------------------|----|----|----|----|----|
| Дорога                    |    |    |    |    |    |
| Лесовозная ветка 1        | 1  | 1  | 1  | 1  | 1  |
| Лесовозная ветка 2        |    | 1  | 1  | 1  | 1  |
| Лесовозная ветка 3        | 1  | 1  | 1  | 1  | 1  |
| Лесовозная ветка 4        | 1  | 1  | 1  | 1  | 1  |
| Лесовозная ветка 5        | 1  | 1  |    |    |    |
| Дорога общего пользования | 1  | 1  | 1  | 1  | 1  |

#### 4. Обсуждение и заключение

В работе была представлена оптимизационная математическая модель задачи недельного планирования лесных грузопотоков на срок 5—10 недель. Модель отличается от существующих тем, что основана на результате оптимизации месячного планирования лесных грузопотоков, включающем график лесосечных работ и объёмы поставок потребителям; учитывает остатки на складах на начало горизонта планирования, маршруты вывозки сортиментов, содержание лесовозных дорог, длительность хранения лесоматериалов на складах. С помощью данной модели можно за реалистичное время определить график лесосечных работ, график поставок лесоматериалов, а также график содержания лесовозных

дорог, которые позволяют минимизировать суммарные затраты на транспортно-технологические процессы при условии обязательного выполнения договорных обязательств, что соответствует принципам lean-производства и поставкам «точно вовремя».

Модель представлена в формулировке смешанного целочисленного линейного программирования и реализована в системе математического моделирования AIMMS, решения находились напрямую с помощью коммерческого решателя CPLEX v12.8. Вычислительный результат проводился по данным лесоперерабатывающей компании. Был рассмотрен небольшой сценарий, время поиска оптимального решения составило менее одной секунды.

На представленную модель было получено свидетельство о государственной регистрации программы для ЭВМ [18].

Планируется провести вычислительный эксперимент с большим набором исходных данных и объединить модели ежегодного [16], ежемесячного [17] и представленную модель в единую СППР.

Возможности для улучшения модели: учёт маршрутов с использованием обратной ездки [3], [7], детальное планирование графиков работы лесовозных автопоездов.

## Благодарности

Автор благодарит компанию Aimms В. В. за предоставление академической лицензии к системе моделирования AIMMS (Advanced Integrated Multidimensional Modeling Software); И. В. Бачерикова и А. В. Симоненкову за плодотворные дискуссии по теме исследования.

Исследование выполнено при финансовой поддержке Фонда содействия инновациям (договор № 10863ГУ/2016 от 29.12.2016).

## Список литературы

1. *Коваленко, Т. В.* Рациональная организация лесных грузопотоков при освоении годового лесосечного фонда лесозаготовительного предприятия : дис. ... канд. техн. наук / Коваленко Т. В. — Санкт-Петербург : СПбЛТА, 2005. — 204 с.
2. *Симоненков, М. В.* Оптимизация транспортно-технологических процессов лесозаготовительных производств : дис. ... канд. техн. наук / Симоненков М. В. — Санкт-Петербург : СПбЛТУ, 2017. — 282 с.
3. *Соколов, А. П.* Обоснование технологий и параметров процессов комплексного освоения лесосырьевых баз на основе логистического подхода : дис. ... д-ра техн. наук / Соколов А. П. — Петрозаводск : ПетрГУ, 2016. — 323 с.
4. *Beaudoin, D.* Tactical supply chain planning in the forest products industry through optimization and scenario-based analysis / D. Beaudoin, L. LeBel, J. Frayret // Canadian Journal of Forest Research. — 2007. — № 37 (1). — P. 128—140.
5. *Bredstrom, D.* Annual planning of harvesting resources in the forest industry / D. Bredstrom, P. Jonsson, M. Ronnqvist // International transactions in operational research. — 2010. — № 17. — P. 155—177.
6. *Dems, A.* Effects of deferent cut-to-length harvesting structures on the economic value of a wood procurement planning problem / A. Dems, L.-M. Rousseau, J.-M. Frayret // Annals of Operations Research. — 2013. — № 232 (1). — P. 65—86.

7. *Forsberg, M.* FlowOpt — a decision support tool for strategic and tactical transportation planning in forestry / M. Forsberg, M. Frisk, M. Rönnqvist // International Journal of Forest Engineering. — 2005. — № 16 (2). — P. 101—114.
8. Detailed scheduling of harvest teams and robust use of harvest and transportation resources / M. Frisk, P. Flisberg, M. Rönnqvist & G. Andersson // Scandinavian Journal of Forest Research. — 2016. — 31:7. — P. 681—690. — DOI: 10.1080/02827581.2016.1206144.
9. *Karlsson, J.* An optimization model for annual harvest planning / J. Karlsson, M. Rönnqvist, J. Bergstrom // Canadian Journal of Forest Research. — 2004. — 34 (8). — P. 1747—1754.
10. *Klotz, E.* Practical guidelines for solving difficult linear programs / E. Klotz, A. Newman // Surveys in Operations Research and Management Science. — 2013. — Vol. 18. — Iss. 1—2. — P. 1—17. — DOI:10.1016/j.sorms.2012.11.001.
11. *Klotz, E.* Practical guidelines for solving difficult mixed integer linear programs / E. Klotz, A. Newman // Surveys in Operations Research and Management Science. — 2013. — Vol. 18. — Iss. 1—2. — P. 18—32. — DOI:10.1016/j.sorms.2012.12.001.
12. *Mitchell, S. A.* Operational forest harvest scheduling optimisation: A mathematical model and solution strategy, PhD thesis / S. A. Mitchell. — Auckland : University of Auckland, 2004. — 252 p.
13. *Naderializadeh, N.* Formulating the integrated forest harvest-scheduling model to reduce the cost of the road-networks / N. Naderializadeh, K. A. Crowe // Operational Research — An International Journal. — 2018. — P. 1—24. — DOI:10.1007/s12351-018-0410-5.
14. *Nurminen, T.* Applying the activity-based costing to cut-to-length timber harvesting and trucking / T. Nurminen, H. Korpunen, J. Uusitalo // Silva Fennica. — 2009. — № 43 (5). — P. 847—870.
15. *Rix, G., Rousseau, L.-M., Pesant, G.* A Transportation-Driven Approach to Annual Harvest Planning. Technical Report CIRRELT-2014-24: CIRRELT, 2014.
16. *Симоненков, М. В.* Оптимизационная модель ежегодного планирования снабжения круглыми лесоматериалами / М. В. Симоненков, Э. О. Салминен // Научное обозрение. — 2016. — № 15. — С. 187—195.
17. *Симоненков, М. В.* Оптимизация ежемесячного планирования лесных грузопотоков / М. В. Симоненков, Э. О. Салминен, И. В. Бачериков // Resources and Technology. — 2016. — № 13 (3). — С. 1—29.
18. Свидетельство о регистрации программы для ЭВМ № 2018618467 «WOODFLOW WP» / М. В. Симоненков, А. В. Суходольская, И. В. Бачериков. — Опубл.: 13.07.2018. — Бюл. № 7.
19. Математическая модель и численные методы решения задачи синтеза расписаний работы комплексов лесозаготовительных машин / А. И. Шабает, А. П. Соколов, А. Р. Урбан, Д. С. Пятин // Resources and Technology. — 2018. — № 15 (1). — С. 23—38.
20. Официальный сайт компании Creative Optimization Sweden AB [Электронный ресурс]. — URL: <https://creativeoptimization.se/>. — (23.11.2018).
21. Официальный сайт компании Remsoft [Электронный ресурс]. — URL: <https://www.remsoft.com>. — (23.11.2018).
22. Официальный сайт компании Simosol Oy [Электронный ресурс]. — URL: <https://www.simosol.fi> — (23.11.2018).
23. Официальный сайт компании Опти-Софт [Электронный ресурс]. — URL: <https://www.opti-soft.ru/opti/wood>. — (23.11.2018).

## References

1. Kovalenko, T. V. Racional'naya organizaciya lesny`x gruzopotokov pri osvoenii godovogo lesosechnogo fonda lesozagotovitel'nogo predpriyatiya : dis. ... kand. texn. Nauk / Kovalenko T. V. — Sankt-Peterburg : SPbLTA, 2005. — 204 s.
2. Simonenkov, M. V. Optimizaciya transportno-texnologicheskix processov lesozagotovitel'ny`x proizvodstv : dis. ... kand. texn. Nauk / Simonenkov M. V. — Sankt-Peterburg : SPbLTU, 2017. — 282 s.
3. Sokolov, A. P. Obosnovanie texnologij i parametrov processov kompleksnogo osvoeniya lesosy`r`evy`x baz na osnove logisticheskogo podxoda : dis. ... d-ra texn. Nauk / Sokolov A. P. — Petrozavodsk : PetrGU, 2016. — 323 s.
4. Beaudoin, D. Tactical supply chain planning in the forest products industry through optimization and scenario-based analysis / D. Beaudoin, L. LeBel, J. Frayret // Canadian Journal of Forest Research. — 2007. — № 37 (1). — P. 128—140.
5. Bredstrom, D. Annual planning of harvesting resources in the forest industry / D. Bredstrom, P. Jonsson, M. Ronnqvist // International transactions in operational research. — 2010. — № 17. — P. 155—177.
6. Dems, A. Effects of deferent cut-to-length harvesting structures on the economic value of a wood procurement planning problem / A. Dems, L.-M. Rousseau, J.-M. Frayret // Annals of Operations Research. — 2013. — № 232 (1). — P. 65—86.
7. Forsberg, M. FlowOpt — a decision support tool for strategic and tactical transportation planning in forestry / M. Forsberg, M. Frisk, M. Rönqvist // International Journal of Forest Engineering. — 2005. — № 16 (2). — P. 101—114.
8. Detailed scheduling of harvest teams and robust use of harvest and transportation resources / M. Frisk, P. Flisberg, M. Rönqvist & G. Andersson // Scandinavian Journal of Forest Research. — 2016. — 31:7. — P. 681—690. — DOI: 10.1080/02827581.2016.1206144.
9. Karlsson, J. An optimization model for annual harvest planning / J. Karlsson, M. Ronnqvist, J. Bergstrom // Canadian Journal of Forest Research. — 2004. — 34 (8). — P. 1747—1754.
10. Klotz, E. Practical guidelines for solving difficult linear programs / E. Klotz, A. Newman // Surveys in Operations Research and Management Science. — 2013. — Vol. 18. — Iss. 1—2. — P. 1—17. — DOI:10.1016/j.sorms.2012.11.001.
11. Klotz, E. Practical guidelines for solving difficult mixed integer linear programs / E. Klotz, A. Newman // Surveys in Operations Research and Management Science. — 2013. — Vol. 18. — Iss. 1—2. — P. 18—32. — DOI:10.1016/j.sorms.2012.12.001.
12. Mitchell, S. A. Operational forest harvest scheduling optimisation: A mathematical model and solution strategy, PhD thesis / S. A. Mitchell. — Auckland : University of Auckland, 2004. — 252 p.
13. Naderializadeh, N. Formulating the integrated forest harvest-scheduling model to reduce the cost of the road-networks / N. Naderializadeh, K. A. Crowe // Operational Research — An International Journal. — 2018. — P. 1—24. — DOI:10.1007/s12351-018-0410-5.
14. Nurminen, T. Applying the activity-based costing to cut-tolength timber harvesting and trucking / T. Nurminen, H. Korpunen, J. Uusitalo // Silva Fennica. — 2009. — № 43 (5). — P. 847—870.
15. Rix, G., Rousseau, L.-M., Pesant, G. A Transportation-Driven Approach to Annual Harvest Planning. Technical Report CIRRELT-2014-24: CIRRELT, 2014.
16. Simonenkov, M. V. Optimizacionnaya model` ezhegodnogo planirovaniya snabzheniya krugly`mi lesomaterialami / M. V. Simonenkov, E. O. Salminen // Nauchnoe obozrenie. — 2016. — № 15. — S. 187—195.

17. Simonenkov, M. V. Optimizaciya ezhemesyachnogo planirovaniya lesny`x gruzopotokov / M. V. Simonenkov, E. O. Salminen, I. V. Bacherikov // Resources and Technology. — 2016. — № 13 (3). — S. 1—29.
18. Svidetel`stvo o registracii programmy` dlya E`VM № 2018618467 «WOODFLOW WP» / M. V. Simonenkov, A. V. Suxodol`skaya, I. V. Bacherikov. — Opubl.: 13.07.2018. — Byul. № 7.
19. Matematicheskaya model` i chislenny`e metody` resheniya zadachi sinteza raspisanij raboty` kompleksov lesozagotovitel`ny`x mashin / A. I. Shabaev, A. P. Sokolov, A. R. Urban, D. S. Pyatin // Resources and Technology. — 2018. — № 15 (1). — S. 23—38.
20. Oficial`ny`j sajt kompanii Creative Optimization Sweden AB [E`lektronny`j resurs]. — URL: <https://creativeoptimization.se/>. — (23.11.2018).
21. Oficial`ny`j sajt kompanii Remsoft [E`lektronny`j resurs]. — URL: <https://www.remsoft.com>. — (23.11.2018).
22. Oficial`ny`j sajt kompanii Simosol Oy [E`lektronny`j resurs]. — URL: <https://www.simosol.fi>. — (23.11.2018).
23. Oficial`ny`j sajt kompanii Opti-Soft [E`lektronny`j resurs]. — URL: <https://www.opti-soft.ru/opti/wood>. — (23.11.2018).