DOI: 10.15393/j2.art.2019.4782

УДК 630\*161+627.8

Статья

# Расчёт неразмывающих скоростей водного потока на высоте верхней границы пограничного слоя

Алексей Ю. Виноградов<sup>1, 2</sup>\*, Мария М. Кадацкая<sup>1</sup>, Алексей Р. Бирман<sup>2</sup>, Татьяна А. Виноградова<sup>1</sup>, Виктор А. Обязов<sup>1</sup>, Владимир А. Кацадзе<sup>2</sup>, Сергей А. Угрюмов<sup>2</sup>, Иван В. Бачериков<sup>2</sup>, Тарас В. Коваленко<sup>2</sup>, Сергей В. Хвалев<sup>1</sup> и Евгений А. Парфенов<sup>1</sup>

- ООО НПО «Гидротехпроект», Россия, 175400, Новгородская г. Валдай, область, ул. Октябрьская д. 55А; E-Mails: gd@npogtp.ru (A. B.); mk@npogtp.ru (M. K.); vinograd1950@mail.ru (T. B.);td@npogtp.ru (B. O.); sh@npogtp.ru (C. X); parfenon98@mail.ru (Ε. Π.)
- <sup>2</sup> Санкт-Петербургский государственный лесотехнический университет имени С. М. Кирова, Россия, 194021, г. Санкт-Петербург, Институтский пер., д. 5, лит. У; E-Mails: birman1947@mail.ru (А. Б.); tlzp@inbox.ru (В. К.); ugr-s@yandex.ru (С. У.); ivashka512@gmail.com (И. Б.); taras.kovalenko.spb@gmail.com (Т. К.)
- \* Автор, с которым следует вести переписку; E-Mail: gd@npogtp.ru (A. B.); Tel.: +7-812-313-83-48; Fax: +7-812-313-83-48

Получена: 06 сентября 2019 / Принята: 19 сентября 2019 / Опубликована: 30 сентября 2019

Аннотация: Основным критерием устойчивости проектируемого водопропускного инженерного сооружения лесных дорог является условие непревышения допускаемой для принятого крепления русла неразмывающей скорости водного потока. В статье рассматриваются различные способы расчёта неразмывающих скоростей на высоте верхней границы пограничного слоя. Для упрощения ситуации расчёты проводятся для частного случая донных отложений, состоящих из однородных песков средней крупностью 1 мм при постоянной глубине потока 5 м. Рассматриваются ламинарный и турбулентный режимы движения жидкости с точки зрения их весового вклада в процесс размыва донных отложений. Проведён анализ способов оценки коэффициента гидравлического коэффициента турбулентной вязкости (турбулентного обмена). трения, Проанализированы различные скоростей методы расчёта придонных ламинарном В результате в турбулентном и режимах потока. работы сформулированы следующие выводы: рассмотренные формулы для оценки

коэффициентов гидравлического трения, турбулентной вязкости, а также касательного напряжения потока приводят к близким по своим значениям результатам, оценка ламинарной придонной скорости потока по рассмотренным близким результатам, методикам приводит К значение турбулентной составляющей придонной скорости при принятой средней неразмывающей скорости V = 0.5 м/с, полученное различными методами, колеблется в пределах 0,08—0,09 м/с. При этом толщина пограничного слоя уменьшается с увеличением скорости потока и находится ниже высоты выступов шероховатости для рассматриваемого случая уже при средней скорости течения потока 0,15 м/с. При глубине, равной границе пограничного слоя, турбулентная и ламинарная составляющие придонной скорости сравнимы, что объясняется близостью численных значений коэффициентов динамической и турбулентной вязкости на рассматриваемой глубине.

**Ключевые слова:** неразмывающая скорость; ламинарный и турбулентный режимы движения жидкости; касательное напряжение

DOI: 10.15393/j2.art.2019.4782

Article

### Calculation of non-eroding water flow velocities at the height of the upper boundary layer

Aleksey Vinogradov<sup>1, 2</sup>\*, Mariya Kadatskaya<sup>1</sup>, Aleksey Birman<sup>2</sup>, Tatiana Vinogradova<sup>1</sup>, Viktor Obiazov<sup>1</sup>, Vladimir Katsadze<sup>2</sup>, Sergey Ugryumov<sup>2</sup>, Ivan Bacherikov<sup>2</sup>, Taras Kovalenko<sup>2</sup>, Sergey Hvalev<sup>1</sup> and Evgeni Parfenov<sup>1</sup>

- Scientific and production association «Hydrotechproject», Russia, 175400, Novgorod region, Valdai, Oktyabr'skaya st., 55A; E-Mails: E-Mails: gd@npogtp.ru (A. V.); mk@npogtp.ru (M. K.); vinograd1950@mail.ru (T. V.); td@npogtp.ru (V. O.); sh@npogtp.ru (S. H); parfenon98@mail.ru (E. P.)
- <sup>2</sup> Saint-Petersburg State Forest Technical University, Russia, 194021, St. Petersburg, Institutskiy per. 5, letter U; E-Mails: birman1947@mail.ru (A. B.); tlzp@inbox.ru (V. K.); ugr-s@yandex.ru (S. U.); ivashka512@gmail.com (I. B.); taras.kovalenko.spb@gmail.com (T. K.)
- \* Author to whom correspondence should be addressed; E-Mail: gd@npogtp.ru (A. V.); Tel.: +7-812-313-83-48; Fax: +7-812-313-83-48

Received: 06 September 2019 / Accepted: 19 September 2019 / Published: 30 September 2019

Abstract: The main criterion for the stability of a designed culvert engineering construction of forest roads is non-exceedance of the non-eroding water flow velocity permissible for a channel floor. The article discusses various methods of calculating non-eroding water flow velocity at the height of the upper boundary layer. For simplicity, calculations are carried out for a particular case of bottom sediments, consisting of homogeneous sand with 1 mm average particle size at a constant flow depth of 5 m. The laminar and turbulent modes of fluid motion are considered in relation to their weight contribution to the erosion process of bottom sediments. Various methods for calculating bottom velocities in a turbulent and laminar flow mode are analyzed. The analysis results show that the considered formulas for estimating the hydraulic friction coefficients, turbulent viscosity coefficient, and tangential flow stress lead to similar results. Estimation of the laminar bottom flow velocity according to the considered approaches also leads to similar results. The values of the turbulent component of the near-bottom velocity at the adopted average non-eroding velocity V = 0.5 m/s, obtained by various methods, range from 0.08 to 0.09 m/s. Moreover, the thickness of the boundary layer decreases with the increasing flow velocity and is below

the height of the surface asperity for the case under consideration at the average flow velocity of 0.15 m/s. At the depth equal to the height of boundary layer, the turbulent and laminar components of the bottom velocity are comparable due to the proximity of the numerical values of the dynamic and turbulent viscosity coefficients at this depth.

**Keywords:** non-eroding velocity, laminar and turbulent mode of water motion, tangential flow stress

#### 1. Введение

Как было установлено в работе [1], именно турбулентный режим движения жидкости оказывает размывающее воздействие на дно проектируемого водоотводного или водопропускного сооружения.

Необходимость крепления дна на входе и выходе малых водопропускных сооружений вызывается местным сужением, вызванным наличием промежуточных опор, конусов и регуляционных сооружений мостовых переходов, и, как следствие, увеличением скорости потока при прохождении через сооружение. При расчётах размыва предельную устойчивость грунта на дне потока, при которой не происходит срыва отдельных частиц грунта, рекомендуется оценивать достижением потоком значения средней неразмывающей скорости  $V_n$  [2]. При превышении средней скоростью потока этого значения начинается срыв донных отложений, приводящий к разрушению устойчивости поверхностного слоя грунта. Скорость, соответствующая этому состоянию, называется размывающей; численное значение ее определяется согласно [3] по формуле  $V_p = \sqrt{2} \cdot V_n$ . Воздействие потока воды на грунты дна предположительно происходит в пределах пограничного слоя, где вязкостные свойства жидкости имеют преобладающее влияние. Крепление подмостовых русел и конусов, дна мелиоративных каналов, входных и выходных участков трубных переходов следует определять по средним скоростям течения воды, допустимым для грунта русла [4].

Целью исследования является разработка методики расчёта скоростей движения воды на высоте верхней границы пограничного слоя для оценки влияния придонной ламинарной составляющей режима движения жидкости на размывающую способность потока.

#### 2. Материалы и методы

В различных нормативных ведомственных документах и учебных пособиях представлены таблицы и номограммы для определения средних неразмывающих скоростей. С точки зрения проектировщика, все эти документы равноценны и предоставляют одну и ту же информацию о предельных скоростях размыва.

Рассмотрим численные значения неразмывающих скоростей, предлагаемые проектировщику такими документами. Информация о неразмывающих скоростях в соответствии с различными нормативными документами представлена в таблице 1.

Как видно из таблицы 1, разброс значений неразмывающих скоростей в представленных документах превышает 100 %, что с точки зрения безопасности эксплуатации проектируемого сооружения совершенно недопустимо. Кроме табличных значений в научной и нормативной литературе встречается большое количество расчётных зависимостей, разброс значений по которым [14—15] колеблется от 30 до 50 %.

**Таблица 1.** Неразмывающие скорости потока (средняя и придонная на высоте выступов шероховатости)

**Table 1.** Non-eroding flow velocities (middle and bottom at the height of the surface asperity).

№ п/п	Источник	Средняя скорость, м/с	Придонная скорость, м/с
1	Таблица 2 [5]	0,55	0,17
2	Таблица 6 [6]	0,46	0,12
3	Таблица 17 [7]	0,86	_
4	Рисунок 10.2 [8]	0,96	_
5	Таблица 2.7 [9]	0,85	_
6	Таблица 7.25 [10]	0,85	_
7	Рисунок 3 [11]	0,96	_
8	Рисунок А1 [12]	0,96	_
9	Приложение 1 [13]	_	0,2

Причина таких расхождений табличных значений заключается в том, что в настоящее время не существует однозначного решения системы уравнений движения и неразрывности с целью определения расчётного профиля распределения скоростей по глубине потока. Формулы, основанные на логарифмической зависимости распределения скоростей по глубине, дают близкие результаты, за исключением придонной области, где расхождения могут составлять сотни процентов [16].

#### 3. Результаты

В нормативной документации (таблица 1) значения придонной скорости публикуются редко, обоснования для её перерасчёта из средней скорости по вертикали не приводятся. Далее в данной статье рассматривается движение равномерного плоского потока и используются следующие обозначения, сведённые в таблицу 2.

Анализ вычисленных значений размеров пограничного слоя  $\delta$  [1] и численного значения числа Рейнольдса  $Re_*$  на высоте выступов шероховатости [3] и динамической скорости  $V_*$  позволяет оценить ситуацию, при которой происходит размыв дна. Вероятнее всего, размыв происходит при уменьшении высоты пограничного слоя до величины, когда турбулентные вихри потока достигают отметок выступов шероховатости. В этом случае касательные напряжения на высоте выступов шероховатости становятся пропорциональны квадрату скорости потока. Поскольку толщина пограничного слоя зависит только от скорости потока и кинематической вязкости, то, задаваясь средней высотой выступов шероховатости, можно

оценить средние скорости потока, при которых эта высота будет достигнута турбулентными вихрями.

Если сдвигающей силы турбулентных вихрей будет достаточно, то размыв будет иметь место. Рассмотрим размыв донных отложений, состоящих из однородных песков средней крупности 1 мм, в предположении воздействия потока на дно при ламинарном и турбулентном режимах движения. За придонную скорость принимаем скорость потока на высоте границы пограничного слоя.

**Таблица 2.** Принятые обозначения **Table 2.** Agreed notations.

$ au$ — касательное напряжение, $\frac{\kappa \mathcal{E}}{M \cdot c^2}$	$i$ — гидравлический уклон: $i = \frac{V^2}{C^2 h}$				
$V$ — кинематическая вязкость, $m^2/c$	$V_{cp}$ — средняя скорость потока, м/с				
$\delta$ — высота границы пограничного слоя, м	$\lambda$ — коэффициент гидравлического трения				
<i>п</i> — коэффициент шероховатости	$\Delta$ — высота выступов шероховатости, м				
h — глубина потока, м	N — постоянная Никурадзе				
ho — плотность жидкости, 1000 кг/м <sup>3</sup>	g — ускорение свободного падения, 9,81 м/с <sup>2</sup>				
A — коэффициент турбулентной вязкости [3] (турбул	ентного обмена [17]), кг/м с				
d — средневзвешенный диаметр частиц донных отле	ожений, м				
$V_{np\partial}$ — осреднённая продольная придонная скорость на глубине $y$ , м/с					
$\mu$ — динамическая вязкость, кг/м'с, при этом $\mu$ = $ ho \nu$					
$V_*$ — динамическая скорость (скорость трения), м/с: $V_* = \sqrt{ghi}$					
у — ордината по оси, перпендикулярной поверхности дна потока, м					
<ul> <li>— постоянная Кармана, принята равной 0,27</li> </ul>					
С — коэффициент Шези, определяемый	по формуле Н. Н. Павловского: $C = \frac{1}{n} R^{1/6}$ ,				
где $R$ — гидравлический радиус, $R pprox h$ .					

Высота границы пограничного слоя вычисляется по методике, описанной в работе [1], например:

$$\delta = N \frac{v}{V_*} = N \frac{v}{\sqrt{gih}}.$$
 (1)

Величина касательного напряжения au оценивается по следующим зависимостям:

— на границе дно — поток [3]:

$$\tau = V_*^2 \rho = \rho g h i \,, \tag{2}$$

— для турбулентного потока [17]:

$$\tau \approx \rho \lambda \frac{V_{cp}^2}{2} \tag{3}$$

Для расчёта  $\lambda$  используются формулы соответственно [18—19]:

— А. П. Зегжды:

$$\lambda = \frac{1}{(4\lg h/\Delta + 4,25)^2},$$
(4)

— В. Н. Гончарова:

$$\lambda = \frac{1}{\left(4\lg 6,15h/\Delta\right)^2},\tag{5}$$

— Маннинга — Штриклера:

$$\lambda = \frac{0.046}{(h/\Delta)^{1/3}},\tag{6}$$

— Маннинга — Штриклера:

$$\lambda = \frac{2g}{C^2},\tag{7}$$

— Маннинга — Штриклера:

$$\lambda = \frac{2}{\left(V/V_{*}\right)^{2}}.$$
 (8)

Приводимые в различных литературных источниках формулы для расчёта коэффициента гидравлического трения (7) и (8) являются тождественными, поскольку путём несложных преобразований формула (8) превращается в формулу (7):

$$\lambda = \frac{2}{(V/V_*)^2} = \frac{2V_*^2}{V^2} = \frac{2ghi}{V^2} = \frac{2gh}{V^2} = \frac{2g}{C^2}.$$
 (9)

Проведём сравнительные расчёты коэффициента гидравлического трения при принятых  $t=10^0\mathrm{C},~\mu=0{,}0013~\mathrm{kr/m^{\circ}c};~\nu=0{,}0000013~\mathrm{m^2/c},$  при высоте выступов шероховатости  $\Delta=2/3d=0{,}00067~\mathrm{m}$  [3, 11]. Результаты расчётов  $\lambda$  представлены в таблице 3. Шероховатость n определена обратным путём для усреднённого  $\lambda$  по формуле (7) по упрощённой зависимости  $n=\frac{1}{C}R^{1/6}$  [17].

Как видно из таблицы 3, результаты расчёта коэффициента гидравлического сопротивления в пределах погрешности округления получились достаточно близкими. В дальнейшем для выполнения расчётов использовалось осреднённое значение  $\lambda$ , равное 0.0026.

Результаты расчётов величины касательного напряжения  $\tau$  по формулам 2 и 3 сведены в таблице 4 для потока глубиной h=5 м.

**Таблица 3.** Сравнительный расчёт коэффициента гидравлического сопротивления **Table 3.** Comparative calculation of the hydraulic resistance coefficient.

Использованная формула	4	5	6	7	8
λ	0,0026	0,0029	0,0024	0,0026	0,0026

**Таблица 4.** Величина касательного напряжения потока, движущегося с различными скоростями

**Table 4.** Values of tangential flow stress for different stream velocities.

$V_{cp}$ , m/c	0,1	0,5	1	2
τ (2)	0,016	0,361	1,44	5,92
$\tau$ (3)	0,013	0,325	1,30	5,20

Полное напряжение сопротивления движению плоского потока складывается из касательного на дне и турбулентного в теле потока [19]. На верхней границе придонного слоя справедливо выражение

$$\tau_{nonh} = \mu \frac{dV_{npo}}{dy} + A \frac{dV_{npo}}{dy} = (\mu + A) \frac{dV_{npo}}{dy}.$$
 (10)

Основные потери энергии за счёт турбулентного перемешивания происходят в придонной области потока [3]. В реальном потоке процесс торможения осуществляется за счёт турбулентной и молекулярной (динамической) вязкости.

#### 3.1. Ламинарный режим

Исходя из принятого постулата, проведём оценку скорости потока в придонном слое в зависимости от средней скорости течения. Принимаем, что в тонком слое толщиной  $y = \delta \leq \frac{2}{3} \Delta$ , прилегающем к дну потока, течение жидкости ламинарное.

Касательное напряжение на расстоянии у от поверхности дна [18], [19]:

$$\tau_{\kappa} = \mu \frac{dV_{npo}}{dv},\tag{11}$$

для пограничного слоя глубиной y согласно (2):

$$\tau = \rho g(h - y)i \tag{12}$$

Тогда, приравнивая (11) и (12), получаем:

$$\mu \frac{dV_{npo}}{dy} = \rho g(h - y)i \tag{13}$$

Проинтегрировав полученное выражение, получаем следующий результат:

$$V_{npo} = \int \frac{\rho g(h - y)i}{\mu} dy = \frac{\rho gi}{\mu} (hy - \frac{y^2}{2}) + C_1.$$
 (14)

В качестве граничного условия используем тезис, что на глубине y=0 донная продольная скорость равна нулю:  $V_{np\vartheta}(y=0)=0$ , тогда  $C_1=0$  и окончательно после несложных преобразований получаем следующее выражение для расчёта продольной скорости на глубине y [19]:

$$V_{npo} = \frac{\rho g i h^2}{\mu} \left( \frac{y}{h} - \frac{1}{2} \left( \frac{y}{h} \right)^2 \right). \tag{15}$$

Возможен следующий вариант оценки скорости на глубине у (на основании (2)):

$$\tau = \rho V_*^2. \tag{16}$$

В случае ламинарного движения, при  $y < \delta$ , второй член правой части формулы (4) мал, при этом касательное напряжение трения на дне пропорционально первой степени скорости:

$$\tau \approx \frac{\mu V}{v} \,. \tag{17}$$

Откуда

$$V_{npo} = \frac{\tau \cdot y}{\mu} = \frac{\rho \cdot V_*^2 y}{\mu} = \frac{\rho gihy}{\mu}. \tag{18}$$

В таблице 5 приведён расчёт динамической и придонной скоростей по указанным выше формулам (17)—(18).

Оба варианта расчёта дают нам практически идентичные результаты. Толщина пограничного слоя уменьшается с увеличением скорости потока и находится ниже высоты выступов шероховатости уже при средней скорости течения потока, превышающей 0,15 м/с [1]. Ламинарная скорость в пределах пограничного слоя при неразмывающей средней скорости потока 0,5 м/с [5], [6] не превышает 0,05 м/с (таблица 5). Следовательно, ламинарный режим течения в пределах пограничного слоя не оказывает размывающего воздействия на дно.

Таблица5. Сравнение различных подходов к расчёту придонной скорости потока при ламинарном режиме

**Table 5.** Comparison of different approaches to the calculation of the bottom flow velocity in the laminar mode.

$V_{cp}$ , m/c	0,1	0,5	1	2	
$y = \delta_{, M}$			0,000129	0,000064	
$V_{*}$ , M/c	0,004	0,019	0,038	0,077	
$V_{np\partial}$ (9) m/c	0,010	0,048	0,097	0,192	
$V_{np\partial}$ (10) m/c	0,010	0,047	0,094	0,192	

#### 3.2. Турбулентный режим

Предположим, что при толщине пограничного слоя меньшей высоты выступов шероховатости на донные отложения оказывает воздействие турбулентный режим. Попробуем оценить размывающую скорость на верхней границе пограничного слоя.

Коэффициент турбулентного обмена (вязкости) A в зависимости от глубины в различных литературных источниках предлагается оценивать по следующим формулам:

Согласно источнику [3]:

$$A = \chi \cdot V_* y \rho \,. \tag{19}$$

Согласно источнику [21]:

$$A = \chi \cdot V \cdot y \rho \sqrt{\lambda/2} \ . \tag{20}$$

Согласно источнику [21]:

$$A = 3.75 \cdot V \cdot y \rho \lambda \ . \tag{21}$$

Коэффициенты при зависимостях (12)—(14) в работе [20] приведены для труб, поэтому в предлагаемом виде они пересчитаны для рассматриваемого случая движения плоского равномерного потока.

$$A = \frac{7.5 \cdot V_*^4 \rho}{\frac{V^3 \lambda}{2y}} = \frac{15 \cdot V_*^4 \rho \cdot y}{V^3 \lambda} \,. \tag{22}$$

Анализ формул (19)—(21) для оценки коэффициента турбулентной вязкости приводит к следующим результатам:

Зависимости (19) и (20) тождественны:

$$A(19) = \chi \cdot V_* y \rho = \chi \cdot \sqrt{ghi} y \rho = \chi \cdot \frac{V}{C} \sqrt{g} y \rho = \chi \cdot V y \rho \sqrt{\frac{\lambda}{2}} = A(20). \tag{23}$$

Как и формулы (21) и (22):

$$A(21) = 3.75 \cdot V \cdot y \rho \lambda = 3.75 \cdot V \cdot y \rho \frac{2g}{C^2} = \frac{7.5 \cdot gV \rho \cdot y}{C^2}$$

$$A(22) = \frac{15 \cdot V_*^4 \rho \cdot y}{V^3 \lambda} = \frac{15 \cdot (ghi)^2 \rho \cdot y}{V^3 \lambda} = \frac{15 \cdot g^2 h^2 \frac{V^4}{C^4 h^2} \rho \cdot y}{V^3 \lambda} = \frac{15 \cdot g^2 V \rho \cdot y}{C^4 \cdot \frac{2g}{C^2}} = \frac{7.5 \cdot gV \rho \cdot y}{C^2}$$
(24)

Исходя из приведенных зависимостей, параметр A описывается линейной зависимостью по глубине y. Тем не менее значения коэффициента турбулентности в расчётах рекомендуется принимать постоянными за пределами придонного слоя [16]. На самом деле, значение A от ядра открытого потока до границы пограничного слоя меняется в зависимости от средней скорости потока на несколько порядков, что подтверждает и источником [3].

В таблице 6 представлен расчёт коэффициента турбулентного обмена по формулам (11)—(14).

**Таблица 6.** Сравнительный расчёт коэффициента турбулентного обмена (вязкости) при различных скоростях потока

**Table 6.** Calculation of the turbulent exchange (viscosity) coefficient at various flow velocities.

$V_{cp}$ , M/c	0,1	0,5	1	2
$y = \delta$ , м	0,001287	0,000257	0,000129	0,000064
$V_*$ , $_{ m M/c}$	0,004	0,019	0,038	0,077
A, (19) кг/м·с	0,0014	0,0013	0,0013	0,0013
A, (20) кг/м·с	0,0013	0,0013	0,0013	0,0012
A, (21) кг/м·с	0,0013	0,0013	0,0013	0,0012
A, (22) кг/м·с	0,0019	0,0015	0,0016	0,0016

Полученные значения свидетельствуют о близости значений, полученных по всем приведённым формулам, и в дальнейших расчётах в данной статье будем использовать формулу  $A = \chi \cdot V_* y \rho$  [3].

Перейдём теперь непосредственно к расчётам турбулентной составляющей придонной скорости потока при глубине  $y = \delta$  .

Исходя из известного [3] соотношения распределения дефицита скорости  $\frac{V_{\text{max}}-V}{V_*}=5\lg\frac{h}{y}$ 

и заменяя максимальную скорость на вертикали средней скоростью, получаем рабочую зависимость для придонной скорости на глубине *y*:

$$V_{npo} = V_{cp} - 5V_* \lg \frac{h}{y}$$
 (25)

В качестве оценки результатов расчётов использована эмпирическая формула В. Н. Гончарова [19], учитывающая меняющуюся в зависимости от скорости потока толщину пограничного слоя:

$$V_{np\partial} = V_{cp} \frac{\lg(16.7y/\Delta + 1)}{\lg 6.15h/\Delta}.$$
 (26)

Касательное напряжение на расстоянии y от поверхности дна [18], [19] при учёте турбулентного потока:

$$\tau_{\kappa} = A \frac{dV_{np\partial}}{dy}, \qquad (27)$$

для пограничного слоя глубиной у:

$$\tau = \rho g(h - y)i. \tag{28}$$

Тогда, приравнивая их, получаем:

$$A\frac{dV_{npo}}{dy} = \rho g(h - y)i.$$
 (29)

Проинтегрируем полученное выражение:

$$V_{npo} = \int \frac{\rho g(h - y)i}{A} dy = \frac{\rho gi}{A} (hy - \frac{y^2}{2}) + C_1.$$
 (30)

В качестве граничного условия используем тезис, что на глубине y=0 донная продольная скорость равна нулю:  $V_{np\partial}(y=0)=0$ , тогда  $C_1=0$  и окончательно после несложных преобразований получаем следующее выражение для расчёта придонной скорости на глубине y [19]:

$$V_{npo} = \frac{\rho gih^2}{A} \left( \frac{y}{h} - \frac{1}{2} \left( \frac{y}{h} \right)^2 \right). \tag{31}$$

Результаты расчётов скорости на высоте верхней границы пограничного слоя для вышеприведённых зависимостей представлены в таблице 7.

**Таблица 7.** Результаты расчёта турбулентной составляющей динамической и придонной скоростей на высоте верхней границы пограничного слоя

**Table 7..** Calculation of the turbulent component of the dynamic and bottom velocities at the height of the upper boundary layer.

$V_{cp}$ , м/с	0,1	0,5	1	2
$y = \delta_{, M}$	0,001287	0,000257	0,000129	0,000064
$V_{*}$ , $_{ m M/c}$	0,004	0,019	0,038	0,077
<i>V<sub>прд</sub></i> , (25) м/с	0,028	0,093	0,128	0,116
$V_{np\partial}$ , (26) m/c	0,033	0,093	0,134	0,178
$V_{np\partial}$ , (31) m/c	0,015	0,076	0,152	0,304

#### 4. Заключение

Встречающиеся в литературных источниках формулы для оценки коэффициентов гидравлического трения  $\lambda$ , турбулентной вязкости A, а также касательного напряжения потока приводят к близким по своим значениям результатам.

Два описанных в статье подхода к оценке ламинарной придонной скорости потока на глубине  $y = \delta_-$  приводят к близким результатам.

Значение турбулентной придонной скорости потока на глубине  $y = \delta_+$  при принятой средней неразмывающей скорости V = 0.5 м/с, полученное различными методами, колеблется в пределах 0.08—0.09 м/с.

Толщина пограничного слоя уменьшается с увеличением скорости потока и находится ниже высоты выступов шероховатости для рассматриваемого случая уже при средней скорости течения потока 0,15 м/с.

При глубине *у*, равной высоте границы пограничного слоя по Шлихтингу [1], расчётные придонные скорости при турбулентном режиме сравнимы с соответствующими скоростями при ламинарном режиме (таблица 8), что объясняется близостью численных значений коэффициентов динамической и турбулентной вязкости на рассматриваемой глубине.

## **Таблица 8.** Сравнение расчётных значений придонных скоростей **Table 8.** Comparison of the calculated bottom water velocities.

$V_{cp}$ , м/с	0,1	0,5	1	2
$V_{npo}$ , турбулентный, м/с, ( $y = \delta_+$ )	0,02-0,03	0,08—0,09	0,13—0,15	0,12—0,30
$V_{np\partial}$ , ламинарный, м/с, ( $\mathcal{Y}=\mathcal{S}_{-}$ )	0,01	0,05	0,1	0,19

#### Список литературы

- 1. Виноградов А. Ю., Кацадзе В. А., Угрюмов С. А., Бирман А. Р., Беленький Ю. И., Кадацкая М. М., Обязов В. А., Виноградова Т. А. Взаимодействие руслового потока с дном в пограничном слое // Все материалы: Энциклопедический справочник. 2019. № 11. С. 88.
- 2. Advances in Water Resources Engineering editors: Chih Ted Yang, Lawrence K. Wang. Springer. 2015. 555 p. DOI 10.1007/978-3-319-11023-3.
- 3. Гришанин К. В. Динамика русловых потоков. Л.: Гидрометеоиздат, 1969. 428 с.
- 4. Свод правил СП 35.13330.2011 Мосты и трубы. Актуализированная редакция СНиП 2.05.03-84 (п.5.27). М.: ОАО «ЦПП», 2011. 347 с.
- 5. ВТР-П-25-80. Руководство по определению допускаемых неразмывающих скоростей водного потока для различных грунтов при расчёте каналов. М., 1981.
- 6. СО 34.21.204-2005 Рекомендации по прогнозу трансформации русла в нижних бьефах гидроузлов (взамен П95-81ВНИИГ). СПб.: ОАО «ВНИИГ им. Б. Е. Веденеева», 2006.  $104~\rm c$ .
- 7. Островидов А. М., Кузнецов И. А. Таблицы для проектирования мостов. М.: Автотрансиздат, 1959. 536 с.
- 8. Пособие к СНиП 2.05.03-84 Мосты и трубы по изысканиям и проектированию железнодорожных и автодорожных мостовых переходов через водотоки (ПМП-91). М., 1992. 172 с.
- 9. Пособие по гидравлическим расчётам малых водопропускных сооружений / Под общ. ред. Г. Я. Волченкова. М.: Транспорт, 1992 409 с.
- 10. Справочник по гидротехнике. М.: Государственное издательство литературы по строительству и архитектуре, 1955. 858 с.
- 11. Методические рекомендации по расчёту местного размыва у опор мостов. 2-е изд. М.: Союздорнии, 1988. 39 с.
- 12. СП 32-102-95 Сооружение мостовых переходов и подтопляемых насыпей. Методы расчёта местных размывов. М.: Трансстрой, 1996. 79 с.
- 13. Пуркин В. И., Холин А. С. Проектирование мостовых переходов: Учебное пособие. М.: МАДИ, 2014. 44 с.
- 14. Кадацкая М. М., Виноградов А. Ю., Кацадзе В. А., Беленький Ю. И, Бачериков И. В., Хвалев С. В., Каляшов В. А. Анализ методов расчёта неразмывающей скорости при проектировании водопропускных и водоотводных сооружений лесного хозяйства // Известия Санкт-Петербургской лесотехнической академии. 2019. Вып. 227. С. 174— 187. DOI: 10.21266/2079-4304.2019.227.174-187.

- 15. *Мамедов А. Ш.* Устойчивые сечения подводящих и отводящих русел водозаборных и водосбросных сооружений // Комплексное решение проблем использования водных и земельных ресурсов в регионе ВЕКЦА: Сборник научных трудов / Под ред. В. А. Духовного. Ташкент, 2010. С. 125—137.
- 16. *Барышников Н. Б.* Динамика русловых процессов: Учебник. СПб.: Изд-во РГГМУ, 2007. 314 с.
- 17. *Барышников Н. Б.* Гидромеханический анализ турбулентного руслового потока: Учебное пособие. Л.: Изд-во ЛПИ, 1985. 83 с.
- 18. *Триандафилов А. Ф., Ефимова С. Г.* Гидравлика и гидравлические машины: Учебное пособие. Сыктывкар: СЛИ, 2012. 212 с.
- 19. Барышников Н. Б., Попов И. В. Динамика русловых потоков и русловые процессы: Учебное пособие. Л.: Гидрометеоиздат, 1988. 454 с.
- 20. *Лаптев А. Г.*, *Фарахов Т. М.* Математические модели и расчёт гидродинамических характеристик пограничного слоя // Научный журнал КубГАУ. 2012. № 82 (08). С. 1—35.

#### References

- 1. Vinogradov A. Yu., Katsadze V. A., Ugryumov S. A., Birman A. R., Belenky Yu. I., Kadatskaya M. M., Obyazov V. A., Vinogradova T. A. The interaction of the channel stream with the bottom in the boundary layer // All materials: Encyclopedic reference. 2019. No. 11. P. 88. (In Russ.)
- 2. Advances in Water Resources Engineering editors: Chih Ted Yang, Lawrence K. Wang. Springer. 2015. 555 p. DOI 10.1007/978-3-319-11023-3.
- 3. *Grishanin K. V.* The dynamics of channel flows. Leningrad: Gidrometeoizdat, 1969. 428 p. (In Russ.)
- 4. Code of rules SP 35.13330.2011 Bridges and pipes. Updated version of SNiP 2.05.03-84 (cl. 5.27) Moscow: OJSC «TsPP», 2011. 347 p. (In Russ.)
- 5. VTR-P-25-80. Guidance on the determination of permissible non-eroding water flow velocity for various soils when calculating canals. Moscow, 1981. (In Russ.)
- 6. SO 34.21.204-2005 Recommendations for predicting the transformation of the channel in the downstream of hydroelectric facilities. St. Petersburg: Publishing house of the OJSC «VNIIG named after B. E. Vedeneev», 2006. 104 p. (In Russ.)
- 7. Ostrovidov A. M., Kuznetsov I. A. Tables for the design of bridges. Moscow: Autotransizdat, 1959. 536 p. (In Russ.)
- 8. The allowance for SNiP 2.05.03-84 Bridges and pipes for surveying and designing railway and road bridge crossings through waterways (PMP-91). Moscow, 1992. 172 p. (In Russ.)
- 9. Manual for hydraulic calculations of small culverts, under total / ed. G. Ya. Volchenkov. Moscow: Transport, 1992. 409 p. (In Russ.)
- 10. Handbook of hydraulic engineering. Moscow: State publishing house of literature on construction and architecture, 1955. 858 p. (In Russ.)
- 11. Guidelines for the calculation of local erosion at bridge supports, 2nd ed. Moscow: Soyuzdornii, 1988. 39 p. (In Russ.)
- 12. SP 32-102-95 Constructions of bridge crossings and flooded embankments. Methods for calculating local washouts. Moscow: Transstroy, 1996. 79 p. (In Russ.)
- 13. Purkin V. I., Choline A. S. Design of bridge crossings: Tutorial. Moscow: MADI, 2014. 44 p. (In Russ.)
- 14. Kadatskaya M. M., Vinogradov A. Yu, Katsadze V. A., Belenky Yu. I., Bacherikov I. V., Khvalev S. V., Kalyashov V. A. Analysis of methods for calculating non-eroding velocity in the

- design of culverts and drainage facilities of forestry // Proceedings of the St. Petersburg forestry Academy. 2019. Issue. 227. P. 174—187. DOI: 10.21266/2079-4304.2019.227.174-187. (In Russ.)
- 15. *Mamedov A. Sh.* Stable sections of inlet and outlet channels of water intake and spillway structures // Integrated solution to the problems of using water and land resources in the EECCA region: Collection of scientific papers / Ed. V. A. Duhovny. Tashkent, 2010. P. 125—137. (In Russ.)
- 16. *Baryshnikov N. B.* The dynamics of channel processes: Textbook. St. Petersburg: ed. RGGMU, 2007. 314 p. (In Russ.)
- 17. *Baryshnikov N. B.* Hydromechanical analysis of turbulent channel flow: Textbook. Leningrad: Publishing. LPI, 1985. 83 p. (In Russ.)
- 18. *Triandafilov A. F.*, *Efimova S. G.* Hydraulics and hydraulic machines: a training manual. Syktyvkar: SLI, 2012. 212 p. (In Russ.)
- 19. *Baryshnikov N. B.*, *Popov I. V.* The dynamics of channel flows and channel processes: Textbook. Leningrad: Gidrometeoizdat, 1988. 454 p. (In Russ.)
- 20. *Laptev A. G., Farakhov T. M.* Mathematical simulation and calculation of the hydrodynamic characteristics of the boundary layer // Scientific journal KubSAU. 2012. No. 82 (08). P. 1—35. (In Russ.)
- © Виноградов А. Ю., Кадацкая М. М., Бирман А. Р., Виноградова Т. А., Обязов В. А., Кацадзе В. А., Угрюмов С. А., Бачериков И. В., Коваленко Т. В., Хвалев С. В., Парфенов Е. А., 2019