

DOI: 10.15393/j2.art.2021.5442

УДК 630.3

Статья

Комплексная оценка взаимодействия движителей машин с лесными грунтами на базе методов теории движения транспорта в условиях бездорожья

Хитров Егор Германович

кандидат технических наук, Санкт-Петербургский государственный лесотехнический университет имени С. М. Кирова (Российская Федерация), yegorkhitrov@gmail.com

Андронов Александр Вячеславович

кандидат технических наук, Санкт-Петербургский государственный лесотехнический университет имени С. М. Кирова (Российская Федерация), andronovalexandr@gmail.com

Хахина Анна Михайловна

доктор технических наук, Санкт-Петербургский политехнический университет Петра Великого (Российская Федерация), anna-hahina@mail.ru

Григорьев Глеб Владимирович

кандидат технических наук, доцент, Санкт-Петербургский государственный лесотехнический университет имени С. М. Кирова (Российская Федерация), vtl-lta@mail.ru

Получена: 1 ноября 2020 / Принята: 4 января 2021 / Опубликовано: 31 января 2021

Аннотация: предлагаемое исследование основывается на положениях теории движения автомобильного транспорта в условиях бездорожья. При разработке математических моделей и проведении расчётов использованы методы математического анализа, а также численные методы прикладной математики для проведения и обработки результатов вычислительных экспериментов. Проведена модернизация методики расчёта показателей взаимодействия движителей и опорных поверхностей при прямо- и криволинейном движении лесных машин. Предлагаемая математическая модель взаимодействия движителей лесных машин со слабонесущими опорными поверхностями позволяет рассчитать глубину колеи, уплотнение опорной поверхности, результирующее и среднее давление движителя на опорную поверхность, силу сопротивления грунта поступательному движению и повороту движителя, максимально возможную силу сцепления движителя

с опорной поверхностью и соответствующий её значению коэффициент буксования, фактически требуемую силу сцепления и коэффициент буксования, угол отклонения результирующей нагрузки от нормали к опорной поверхности, связанный с её наклоном, действием касательных напряжений при буксовании и повороте движителя. На основе расчётных данных определяются коэффициенты сопротивления поступательному движению, повороту, максимального сцепления, тяги, по которым даётся комплексная оценка проходимости машины. Модель учитывает параметры опорной поверхности (определяющиеся типом, состоянием и принятой реологической моделью поверхности), движителя (приведённая нагрузка, угол поворота, требуемая скорость, число последовательных проходов по следу, ширина, шаг грунтозацепов; для колёсного движителя дополнительно — диаметр колеса, давление в шине, высота шины, для колёсно-гусеничного движителя дополнительным параметром является межосевое расстояние; для гусеничного движителя — длина горизонтальной проекции гусеницы на опорную поверхность). В результате выполненных расчётов получены оценки влияния параметров движителей и свойств опорных поверхностей на показатели колееобразования, уплотнения, тягово-сцепные свойства и параметры проходимости лесных машин в условиях слабонесущих опорных поверхностей.

Ключевые слова: колееобразование, проходимость машин, тягово-сцепные свойства движителей, поворот движителя

DOI: 10.15393/j2.art.2021.5442

Article

Assessment of vehicles interaction with forest soils based on the methods of the theory of off-the-road locomotion

Khitrov Egor

Ph. D. in engineering, St. Petersburg State Forest Technical University named after S. M. Kirov (Russian Federation), yegorkhitrov@gmail.com

Andronov Aleksandr

Ph. D. in engineering, St. Petersburg State Forest Technical University named after S. M. Kirov (Russian Federation), andronovalexandr@gmail.com

Khakhina Anna

D. Sc. in engineering, St. Petersburg Polytechnic University of Peter the Great (Russian Federation), anna-hahina@mail.ru

Grigorev Gleb

Ph. D. in engineering, Associate Professor, St. Petersburg State Forest Technical University named after S. M. Kirov (Russian Federation), vtl-lta@mail.ru

Received: 1 November 2020 / Accepted: 4 January 2021 / Published: 31 January 2021

Abstract: The proposed research is based on provisions of the theory of off-the-road locomotion. The study uses methods of mathematical analysis as well as numerical methods of applied mathematics for developing mathematical models and performing calculations, conducting and processing the results of computational experiments. The study presents modernization of the methodology for calculating the indicators of interaction between forestry vehicles and the bearing surfaces including straight and tangential motion. The proposed mathematical model of the interaction makes it possible to calculate the rut depth, the soil compaction, the resulting and average ground pressure of the vehicle, soil resistance force to vehicle straight rolling and turn, the maximum possible cohesion force of the mover to the bearing surface and the slip ratio corresponding to its value. The calculated data allowed the authors to determine the coefficients of rolling and turning resistances, maximum tire-to-surface friction coefficient, and net thrust force coefficient and to assess the vehicle cross-country ability.

The model takes into account parameters of the bearing surface determined by the type, condition and accepted rheological model of the soil, and those of the mover determined by adjusted load, angle of the turn, velocity, number of consecutive passes along the track, width, and grousers spacing. Additional parameters are determined for a wheeled mover including the wheel diameter, tire pressure, tire section height; and the length of the horizontal projection of the track onto the bearing surface are determined for a tracked mover. As a result of the calculations performed, the study estimates the influence of the parameters of the mover and the properties of the bearing surface on the indicators of rutting, soil compaction, vehicle tractive performance and the parameters of forest machines cross-country ability in conditions of weak-bearing surfaces.

Keywords: rutting, cross-country ability, tractive performance of movers, vehicle turn

1. Введение

Математические модели движения лесных машин по деформируемым почвогрунтам включают выражения, связывающие параметры воздействия движителя и свойства опорных поверхностей с реакциями, возникающими по пятну контакта движителя с почвогрунтом. К настоящему времени апробирован научный подход к определению напряжений и деформаций грунтов и почвогрунтов под воздействием движителей, основанный на положениях теории движения автотранспорта в условиях бездорожья, изложенной в работе [1]. Рассматривается задача о вдавливании штампа, моделирующего движитель, в деформируемое полупространство, моделирующее грунт (либо почвогрунт). Решение классической задачи о вдавливании штампа в однородное полупространство использовано в работах [2], [3] при определении бокового уплотнения почвогрунта при повороте трелёвочной машины. В работе [4] при изучении циклического уплотнения почвогрунта форвардерами предложен подход к расчёту, учитывающий изменение свойств почвогрунта, вызванное циклическостью приложения нагрузки при многократном проходе машины по участку волока. В исследовании [5] на базе модели вдавливания штампа разработана математическая модель, прогнозирующая рейсовую скорость форвардера, что необходимо при расчёте производительности техники. В работе [6] теория использована при разработке методики оперативного контроля свойств почвогрунта. В работе [7] на основе уравнений вдавливания штампа получены зависимости для оценки коэффициентов сцепления и сопротивления движению колёсных лесных машин. В исследовании [8] развиты научные основы прогнозирования и повышения опорной проходимости колёсных лесных машин, там же развит подход к расчёту показателей воздействия штампа-движителя на неоднородное полупространство, свойства которого изменяются по глубине в соответствии с полиномиальными зависимостями. В работе [9] описано взаимодействие малогабаритных движителей лесных машин с задернованными поверхностями при неограниченной толщине деформируемого полупространства. Были выполнены исследования [10], [11], в которых при описании воздействия колёсных и гусеничных машин на лесные почвогрунты использовано модифицированное решение задачи о вдавливании штампа с учётом реологических свойств почвогрунта.

Не получили достаточной проработки несколько областей теории. В частности:

— Не завершено описание взаимодействия движителей с опорными поверхностями, изменяющими свои свойства в результате уплотнения непосредственно во время взаимодействия с движителем («упрочняющиеся поверхности»). Этот вопрос имеет особое значение при описании движения лесных машин по снегу, свойства которого увеличиваются в несколько раз уже при формировании колеи. Подходы к решению изложены в статьях [12], [13].

— Не проработаны вопросы расчёта сопротивления грунта повороту движителя, не выполнена оценка дополнительных касательных напряжений при повороте машины, а также изменения результирующего воздействия движителя на грунт.

— При разработке математических моделей движения техники на местности, учитывающих особенности рельефа и явления поворота машин, используются дифференциальные уравнения механики, в которых взаимодействия движителя с опорной поверхностью моделируются эквивалентными расчётными схемами. В схемах используются жёсткости движителя и деформируемого грунта, вопрос определения которых проработан также сравнительно слабо.

Цель нашей работы — представить математическую модель, предназначенную для комплексной оценки показателей взаимодействия движителей лесных машин с деформируемыми грунтами, на основе результатов расчётов проанализировать колеобразование и тягово-цепные свойства движителей при прямо- и криволинейном движении машин по лесным почвогрунтам.

2. Материалы и методы

При выполнении исследований использованы положения теории движения автомобильного транспорта в условиях бездорожья. При разработке математических моделей и проведении расчётов использованы методы математического анализа, а также численные методы прикладной математики для проведения и обработки результатов вычислительных экспериментов.

3. Результаты исследования

3.1. Уравнения для расчёта сжатия и осадки с учётом реологических свойств грунтов

При исследовании колеобразования и уплотнения грунтов под воздействием движителей лесных машин используем как основу задачу о вдавлении штампа в деформируемое полупространство. Схема к решению задачи представлена на рисунке 1.

Рассмотрим основные предпосылки к составлению уравнения осадки грунта под воздействием движителя, поскольку они имеют принципиальное значение для обоснования необходимости дальнейшего развития подходов к моделированию работы техники на лесных почвогрунтах.

Воздействие движителя на опорную поверхность приводит к её деформации, обусловленной сжатием и сдвигом грунта. Абсолютное значение деформации сжатия элементарного слоя грунта выразим зависимостью [1]:

$$dh_c = \varepsilon_c dz_0, \quad (1)$$

где ε_c — относительная деформация сжатия элементарного слоя грунта, dz_0 — толщина элементарного слоя грунта до воздействия движителя.

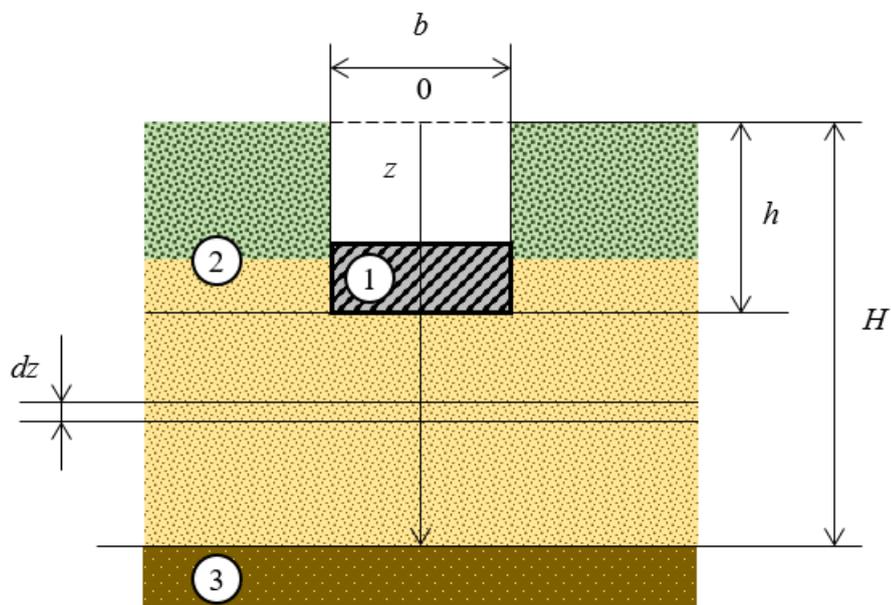


Рисунок 1. Схема к решению задачи о вдавливании штампа в деформируемое полупространство: 1 — штамп, 2 — деформируемый слой, 3 — недеформируемое (жесткое) основание

Figure 1. Scheme for solving the problem of an indenter pressed into a deformable half-space: 1 — indenter, 2 — deformable layer, 3 — non-deformable (rigid) base

Толщина элементарного слоя грунта в деформированном состоянии составит [1]:

$$dz = (1 - \varepsilon_c) dz_0, \quad (2)$$

следовательно [1]:

$$dh_c = \frac{\varepsilon_c}{1 - \varepsilon_c} dz_0. \quad (3)$$

Относительная деформация сжатия элементарного слоя грунта определяется по уравнению [1]:

$$\varepsilon_c = \frac{\sigma}{E}, \quad (4)$$

где σ — нормальное сжимающее напряжение в грунте, вызванное воздействием движителя, E — модуль общей деформации грунта.

Уравнение нормального напряжения, изменяющегося по глубине деформируемого слоя грунта и зависящего от геометрии пятна контакта, следует из решения задачи Буссинеска и хорошо известно [1], [8]:

$$\sigma = \frac{J}{1 + \left(\frac{z}{aB}\right)^2} p, \quad (5)$$

где p — среднее давление движителя по пятну контакта, J — коэффициент учёта геометрии пятна контакта, a — коэффициент учёта мощности деформируемого слоя грунта, b — ширина пятна контакта [1], [8]:

$$p = \frac{G_w k_d}{k_f b l}, \quad (6)$$

$$J = \frac{0,03b + l}{0,6b + 0,43l}, \quad (7)$$

$$a = 0,64 \frac{b + H}{H}, \quad (8)$$

где l — средняя длина пятна контакта, k_f — коэффициент учёта формы пятна контакта, k_d — коэффициент динамичности нагрузки, учитывающий время воздействия движителя на опорную поверхность, G_w — нагрузка на движитель (колесо, гусеницу), H — толщина (мощность) деформируемого слоя грунта.

Введение в формулу (6) поправочного коэффициента k_f обусловлено необходимостью учесть эллиптическую форму пятна контакта при работе колёсных лесных машин на сравнительно прочных грунтах. Выражение для коэффициента получено ранее [5], [8]:

$$k_f = 0,8949 E^{-0,12}. \quad (9)$$

Повышающий коэффициент динамичности нагрузки, учитывающий время воздействия движителя на опорную поверхность, был получен на основе сопоставления деформаций упругой среды и среды, реология которой описывается моделью Максвелла [5], [8]:

$$k_d = \frac{l}{l + \nu t_p}, \quad (10)$$

где t_p — время релаксации грунта, ν — поступательная скорость движителя.

При исследовании взаимодействия гусеничных и комбинированных (колёсно-гусеничных) движителей на всех типах грунтов коэффициент учёта формы пятна контакта следует принять равным единице: $k_f = 1$.

По формулам (3), (4) получим уравнение:

$$dh_c = \frac{\sigma}{E - \sigma} dz_0. \quad (11)$$

В исследовании [1] вводится допущение о том, что нормальное напряжение много меньше модуля общей деформации $\sigma \ll E$, тогда:

$$dh_c \approx \frac{\sigma}{E} dz_0, \quad (12)$$

и деформация сжатия всего массива грунта определится интегрированием [1]:

$$h_c = \int_0^{H-h_c} dh_c = \int_0^{H-h_c} \frac{\sigma}{E} dz_0. \quad (13)$$

С учётом выражения (5) интеграл по формуле (13) имеет вид [1]:

$$h_c = \frac{Jpab}{E} \operatorname{arctg}\left(\frac{H-h_c}{ab}\right), \quad (14)$$

Допущение формулы (12), зачастую принимаемое исследователями, корректно далеко не во всех случаях. Например, напряжения, вызываемые воздействием движителей в массиве снега, лесном почвогрунте, заболоченном грунте, неорганических грунтах, находящихся в текучем состоянии, могут достигать значений, сопоставимых с модулем деформации опорной поверхности [6], [15].

Действительная деформация элементарного слоя грунта превышает деформацию сжатия, поскольку под воздействием движителя развиваются касательные напряжения, приводящие к деформациям сдвига. Это явление учитывают введением поправочного коэффициента, связанного с несущей способностью грунта [1]:

$$dh = \frac{p_s}{p_s - p} dh_c, \quad (15)$$

где p_s — несущая способность грунта.

Для определения суммарной деформации грунта, складывающейся из сжатия и осадки, вызванной сдвигом, выражение (15) следует проинтегрировать по координате z [1]:

$$h = \frac{p_s}{p_s - p} \cdot \int_0^{H-h} \frac{\sigma}{E} dz_0, \quad (16)$$

Тогда для общей деформации грунта запишем [1]:

$$h = \frac{p_s}{p_s - p} \cdot \frac{Jpab}{E} \operatorname{arctg}\left(\frac{H-h}{ab}\right), \quad (17)$$

Уравнение (17) стало классическим при составлении математических моделей взаимодействия движителей машин с опорными поверхностями.

Впоследствии были представлены уточнённые уравнения осадки почвогрунта h , полученные при интегрировании выражения относительной деформации без допущения о малости нормального давления σ по сравнению с модулем общей деформации E [8]:

$$h_c = \int_0^{H-h_c} dh_c = \int_0^{H-h_c} \frac{\sigma}{E - \sigma} dz_0 = \frac{Jpab}{\sqrt{(E - Jp)E}} \operatorname{arctg}\left(\frac{(H - h_c)E}{ab\sqrt{(E - Jp)E}}\right), \quad (18)$$

$$h = \frac{p_s}{p_s - p} \cdot \int_0^{H-h} \frac{\sigma}{E - \sigma} dz_0 = \frac{J p_s p a b}{(p_s - p) \sqrt{(E - J p) E}} \operatorname{arctg} \left(\frac{(H - h) E}{a b \sqrt{(E - J p) E}} \right). \quad (19)$$

Уравнения (18), (19) получены при допущении о том, что время воздействия движителя на грунт и реологические свойства грунта учитываются при помощи поправочного коэффициента к среднему давлению движителя на опорную поверхность.

Введённое ранее допущение далеко не всегда согласуется с физической картиной взаимодействия движителей машин с грунтами и лесными почвогрунтами: среднее давление по пятну контакта определяется нагрузкой со стороны движителя и геометрическими параметрами пятна контакта, которые, строго говоря, могут изменяться во времени; при этом время воздействия оказывает влияние на деформацию опорной поверхности, но не на среднее давление непосредственно. Поправочный коэффициент динамичности нагрузки не вполне корректно описывает физическую суть процесса взаимодействия движителя с грунтом.

Зададимся целью уточнить рассмотренный подход к моделированию. Во-первых, определим относительную деформацию опорной поверхности следующим образом:

$$\varepsilon = k_{ps} K \sigma, \quad (20)$$

где k_{ps} — поправочный коэффициент, учитывающий возможную потерю несущей способности, K — жёсткость опорной поверхности, выражение которой зависит от используемой реологической модели.

Выражения для жёсткостей реологических моделей найдём по формулам [10], [11], [14]:

— модель Гука:

$$K = \frac{1}{E}, \quad (21)$$

— модель Максвелла:

$$K = \frac{1}{E} + \frac{t}{\eta}, \quad (22)$$

— модель Кельвина — Фойгта:

$$K = \frac{1}{E} - \frac{1}{E} \exp \left(-\frac{E}{\eta} t \right), \quad (23)$$

— модель Максвелла — Томпсона (Гогенемзера — Прагера):

$$K = \frac{E + E_0}{E E_0} - \frac{1}{E_0} \exp \left(-\frac{E_0}{\eta} t \right), \quad (24)$$

— модель Пойтинга — Томпсона:

$$K = \frac{1}{E} - \frac{E_0}{(E + E_0) E} \exp \left(-\frac{E_0 E}{\eta (E + E_0)} t \right), \quad (25)$$

— модель Летерзиха:

$$K = \frac{1}{E_\delta} + \frac{t}{\eta} - \frac{1}{E_\delta} \exp\left(-\frac{E_\delta t}{\eta}\right), \quad (26)$$

— модель Бюргера:

$$K = \frac{E + E_\delta}{EE_\delta} + \frac{t}{\eta} - \frac{1}{E_\delta} \exp\left(-\frac{E_\delta t}{\eta}\right), \quad (27)$$

— модель Бингама — Шведова:

$$K = \frac{t}{\eta} \left(1 - \frac{\sigma_T}{\sigma}\right), \quad (28)$$

— модель Бингама:

$$K = \frac{1}{E} + \frac{t}{\eta} \left(1 - \frac{\sigma_T}{\sigma}\right), \quad (29)$$

— модель Шведова:

$$K = \frac{t}{\eta} \left(1 - \frac{\sigma_T}{\sigma}\right) + \frac{1}{E_\delta} \left(1 - \frac{\sigma_T}{\sigma}\right) + \frac{1}{E}. \quad (30)$$

Время воздействия определим по формуле [8]:

$$t = n \frac{l}{v}, \quad (31)$$

где n — число последовательных проходов движителя по колее.

Выражение относительной деформации через жёсткость вида (20) использовано в диссертации [11] при исследовании уплотнения почвогрунтов под воздействием колёсных движителей лесных машин. Составление более сложных реологических моделей почвогрунтов и их использование при моделировании взаимодействия движителей гусеничных машин с опорными поверхностями подробно рассмотрено в диссертации [10].

Поправочный коэффициент на потерю несущей способности введём двумя способами. Первый вариант следует из работы [1]:

$$k_{ps} = \frac{P_s}{P_s - P}. \quad (32)$$

Интегрирование выражения:

$$dh = \frac{\varepsilon}{1 - \varepsilon} dz_0, \quad (33)$$

при ε по выражению (20), где коэффициент k_{ps} выражен по формуле (32), приводит к получению уравнения:

$$h = \frac{Jpabp_s K}{\sqrt{(p_s - p)(p_s - (JKp_s + 1)p)}} \operatorname{arctg} \frac{(p_s - p)(H - h)}{ab\sqrt{(p_s - p)(p_s - (JKp_s + 1)p)}}. \quad (34)$$

Второй вариант связан с сопоставлением действующего нормального сжимающего напряжения и несущей способности:

$$k_{ps} = \frac{p_s}{p_s - \sigma}. \quad (35)$$

Интегрирование выражения (33) при k_{ps} по формуле (35) приводит к получению уравнения:

$$h = \frac{Jpabp_s K}{\sqrt{p_s((1 - JKp)p_s - Jp)}} \operatorname{arctg} \frac{p_s(H - h)}{ab\sqrt{p_s((1 - JKp)p_s - Jp)}}. \quad (36)$$

Результаты расчётов по формулам (34), (36) практически совпадают.

Деформация сжатия с учётом реологии опорной поверхности определится с помощью выражений (20), (33) при $k_{ps} = 1$:

$$h_c = \frac{JpabK}{\sqrt{1 - KJp}} \operatorname{arctg} \frac{H - h_c}{ab\sqrt{1 - KJp}}. \quad (37)$$

Следует отметить, что структура уравнений (34), (36), (37) универсальна и не зависит от используемой реологической модели опорной поверхности.

Приведём выражения для параметров пятна контакта и несущей способности опорной поверхности, необходимые для расчёта по уравнениям (35), (36), (37).

Для гусеничных и колёсно-гусеничных машин ширина пятна контакта принимается равной ширине движителя и является входным параметром при расчёте. Для колёсного движителя, более строго, ширина пятна контакта находится с учётом возникающих деформаций [1], [15]:

$$b = B + \frac{10h \cdot h_z}{1 - h + H_T - h_z}, \quad (38)$$

где B — ширина шины, H_T — высота шины, h_z — радиальная деформация колеса.

Для гусеничных машин среднюю длину пятна контакта следует принять равной длине проекции гусеницы на опорную поверхность L_t [10]:

$$l = L_t. \quad (39)$$

Сложнее определяется длина пятна контакта эластичного колёсного движителя с деформируемым грунтом. Общее уравнение, учитывающее влияние деформации колеса и грунта на длину l , следующее [8]:

$$l = \sqrt{dh_z - h_z^2} + \sqrt{d \cdot (h_z + h) - (h_z + h)^2}, \quad (40)$$

где d — диаметр колеса, h_z — радиальная деформация колеса.

Для колёсно-гусеничных машин l определяется по формуле [8]:

$$l = \sqrt{dh_z - h_z^2} + \sqrt{d \cdot (h_z + h) - (h_z + h)^2} + d + A, \quad (41)$$

где A — межосевое расстояние.

Уравнения (38), (40), (41) содержат неизвестные величины h и h_z . Деформация h_z определяется комплексом факторов, относящихся к нагрузке, жёсткости шины и свойствам грунта.

Известно уравнение, обобщающее практический опыт исследования деформаций эластичных шин, связывающее среднее давление по пятну контакта с радиальной деформацией колеса [1]:

$$p = \frac{p_w + q_0}{2} \cdot \frac{\pi h_z}{B} \cdot \left(\frac{B}{H_T} + \frac{3H_T}{B} \right) \cdot \left(1 - \frac{h_z}{B} \right), \quad (42)$$

где p_w — внутреннее давление в шине, p_0 — давление по пятну контакта эластичной шины с недеформируемой опорной поверхностью.

Давление по пятну контакта движителя с недеформируемой опорной поверхностью найдём по аналогии с выражением (6):

$$q_0 = \frac{G_w}{b_0 l_0}, \quad (43)$$

где b_0 , l_0 — средние ширина и длина пятна контакта шины с недеформируемой опорной поверхностью, определяемые по формулам (38), (41) при $h = 0$:

$$b_0 = B, l_0 = 2\sqrt{dh_{z0} - h_{z0}^2}. \quad (44)$$

Радиальная деформация колеса на жёсткой опорной поверхности находится по формуле Хейдекеля [1]:

$$h_{z0} = \frac{G_w}{\pi p_w \sqrt{Bd}}. \quad (45)$$

Приравняем правые части уравнений (6), (42), тогда, с учётом формул (38), (41), (43)—(45), получим уравнение с неизвестными h и h_z при входных параметрах B , d , G_w , p_w , H_T , E (для определения k_f):

$$\frac{G_w}{k_f \left(B + \frac{10h \cdot h_z}{1 - h + H_T - h_z} \right) \left(\sqrt{dh_z - h_z^2} + \sqrt{d \cdot (h_z + h) - (h_z + h)^2} \right)} = \quad (46)$$

$$p_w + \frac{G_w}{2B \sqrt{\frac{dG_w}{\pi p_w \sqrt{Bd}} - \left(\frac{G_w}{\pi p_w \sqrt{Bd}} \right)^2}} = \frac{\pi h_z}{B} \cdot \left(\frac{B}{H_T} + \frac{3H_T}{B} \right) \cdot \left(1 - \frac{h_z}{B} \right).$$

Получить аналитическое выражение для h_z по h , B , d , G_w , p_w , H_T , E на основе решения уравнения (46) затруднительно, поэтому при заданных значениях входных параметров и осадки h уравнение решается численно относительно h_z . В работах [6], [8], [9], [11] представлены результаты вычислительных экспериментов, по результатам обработки которых получены приближённые выражения, связывающие осадку h и радиальную деформацию h_z . Расчёты выполнены для лесных почвогрунтов и задернованных поверхностей заболоченных грунтов. Дальнейшие вычисления с использованием уравнения (45) показывают, что в широком спектре параметров грунта и движителя оценка радиальной деформации колеса по формуле:

$$h_z = 0,069 B^{0,38} G_w^{0,66} d^{-0,40} H_T^{-0,061} p_w^{-0,64} h^{-0,21} \quad (47)$$

практически точно повторяет численное решение уравнения (46). Использование функции (47) при определении ширины b и длины l пятна контакта колёсного движителя с деформируемой опорной поверхностью позволяет упростить расчёт осадки грунта h под воздействием колеса лесной машины.

Завершим раздел базовыми формулами, рассмотрев уравнения для расчёта несущей способности грунта.

При моделировании взаимодействия движителя с грунтом несущая способность p_s является важнейшей характеристикой почвенно-грунтовой поверхности. По своему физическому смыслу несущая способность представляет собой предельное нормальное напряжение, которое грунт способен выдержать без разрушения своей структуры, вызванного резким развитием деформаций сдвига и среза слоёв грунта. Как известно, деформации почвенно-грунтовой поверхности определяются её физико-механическими свойствами, толщиной деформируемого слоя (мощностью) и параметрами пятна контакта, главным образом, средней длиной и шириной, а также их соотношением. Кроме того, деформации зависят от направления приложения результирующей нагрузки — отклонение вектора результирующей нагрузки от нормали к опорной поверхности увеличивает деформации. Эти обстоятельства учтены отечественной методикой расчёта несущей способности грунта под воздействием движителя, основанной на положениях механики контактного взаимодействия.

Несущую способность принято определять по значению несущей способности слоя грунта неограниченной мощности, умноженному на поправочный коэффициент толщины деформируемого слоя [15]:

$$p_s = p_{s0} \alpha_z, \quad (48)$$

где p_{s0} — несущая способность слоя грунта неограниченной мощности, α_z — коэффициент учёта толщины деформируемого слоя.

Несущая способность при неограниченной мощности слоя грунта определяется его физико-механическими свойствами и параметрами пятна контакта по уравнению [15]:

$$p_{s0} = 0,5K_1B_1N_1\gamma b + N_2\gamma h + K_3B_3N_3C, \quad (49)$$

где K_1, K_3 — коэффициенты, учитывающие соотношение ширины и длины пятна контакта, N_1, N_2, N_3, S — коэффициенты учёта внутреннего трения грунта, γ — объёмный вес грунта, B_1, B_3 — коэффициенты учёта отклонения результирующей нагрузки от нормали к опорной поверхности.

Удельное сцепление и объёмный вес увеличивают несущую способность грунта. Также в уравнении (29) присутствует величина h , при её увеличении возрастает несущая способность p_{s0} .

Коэффициенты, учитывающие соотношение ширины и длины пятна контакта [15]:

$$K_1 = \frac{l}{l + 0,4b}, \quad (50)$$

$$K_3 = \frac{l + b}{l + 0,5b}, \quad (51)$$

Коэффициенты учёта внутреннего трения грунта [15]:

$$N_1 = \frac{1 - S_\varphi^4}{S_\varphi^5}, \quad (52)$$

$$N_2 = \frac{1}{S_\varphi^2}, \quad (53)$$

$$N_3 = \frac{2(1 + S_\varphi^2)}{S_\varphi^3}, \quad (54)$$

$$S_\varphi = \operatorname{tg}\left(\frac{\pi}{4} - \frac{\varphi}{2}\right). \quad (55)$$

Коэффициенты учёта отклонения результирующей нагрузки от нормали к опорной поверхности [15]:

$$B_1 = \frac{\pi - 4\beta \operatorname{tg} \varphi}{\pi + 4\beta \operatorname{tg} \varphi}, \quad (56)$$

$$B_2 = \frac{3\pi - 2\beta}{3\pi + 2\beta}, \quad (57)$$

где β — угол отклонения результирующей нагрузки от нормали к опорной поверхности, складывающийся из угла наклона опорной поверхности α и дополнительного угла, вызванного действием касательного напряжения по пятну контакта δ :

$$\beta = \alpha + \delta. \quad (58)$$

Коэффициент учёта мощности деформируемого слоя грунта найдём по формуле [15]:

$$\alpha_z = 1 + \frac{h \frac{\sqrt{2}}{2} \exp\left[\left(\frac{\pi}{4} + \frac{3\varphi}{4}\right) \tan \frac{3\varphi}{4}\right] b \cos \frac{3\varphi}{4} \tan \varphi}{2 \frac{H}{\cos \beta} \cdot \left(\frac{H}{\cos \beta} - h - 0,25 \frac{\sqrt{2}}{2} \exp\left[\left(\frac{\pi}{4} + \frac{3\varphi}{4}\right) \tan \frac{3\varphi}{4}\right] b \cos \frac{3\varphi}{4} \tan \varphi\right)}. \quad (59)$$

Уравнения (48)—(59) прошли апробацию, их корректность подтверждена экспериментально. Формулы являются составной частью математической модели процесса взаимодействия движителя с опорной поверхностью в нашей работе. Для дальнейших расчётов их удобно объединить в систему:

$$\left\{ \begin{array}{l} p_s = p_{s0} \alpha_z \\ p_{s0} = 0,5 K_1 B_1 N_1 \gamma b + N_2 \gamma h + K_3 B_3 N_3 C \\ K_1 = \frac{l}{l + 0,4b}; K_3 = \frac{l + b}{l + 0,5b} \\ N_1 = \frac{1 - S_\varphi^4}{S_\varphi^5}; N_2 = \frac{1}{S_\varphi^2}; N_3 = \frac{2(1 + S_\varphi^2)}{S_\varphi^3}; S_\varphi = \operatorname{tg}\left(\frac{\pi}{4} - \frac{\varphi}{2}\right) \\ B_1 = \frac{\pi - 4\beta \operatorname{tg} \varphi}{\pi + 4\beta \operatorname{tg} \varphi}; B_2 = \frac{3\pi - 2\beta}{3\pi + 2\beta} \\ \alpha_z = 1 + \frac{h \frac{\sqrt{2}}{2} \exp\left[\left(\frac{\pi}{4} + \frac{3\varphi}{4}\right) \tan \frac{3\varphi}{4}\right] b \cos \frac{3\varphi}{4} \tan \varphi}{2 \frac{H}{\cos \beta} \cdot \left(\frac{H}{\cos \beta} - h - 0,25 \frac{\sqrt{2}}{2} \exp\left[\left(\frac{\pi}{4} + \frac{3\varphi}{4}\right) \tan \frac{3\varphi}{4}\right] b \cos \frac{3\varphi}{4} \tan \varphi\right)} \end{array} \right., \quad (60)$$

3.2. Уравнения для определения тягово-цепных свойств движителя

Опорная проходимость лесных машин оценивается по коэффициенту тяги, представляющему собой разность коэффициентов сцепления движителя с опорной поверхностью и сопротивления движению [1], [8], [15], [16]:

$$\varphi_p = \mu - \varphi_r, \quad (61)$$

где μ — коэффициент сцепления, φ_r — коэффициент сопротивления.

Поступательное движение машины возможно при неотрицательном значении коэффициента тяги [1], [8], [15].

Коэффициент сцепления является частным силы сцепления, связанной с горизонтальной реакцией грунта, и нагрузки на движитель [1], [8], [15]:

$$\mu = \frac{F_t}{G_w}, \quad (62)$$

где F_t — сила сцепления.

Коэффициент сопротивления движению является частным силы сопротивления и нагрузки на движитель [1], [8], [15]:

$$\varphi_r = \frac{F_r}{G_w}, \quad (63)$$

где F_r — сила сопротивления движению.

Сила сцепления движителя с опорной поверхностью, обусловленная горизонтальной реакцией грунта, определяется как интеграл касательных напряжений по пятну контакта движителя с опорной поверхностью [1], [8], [15], [16], [17]:

$$F_t = b \int_0^l \tau_{tx} dx, \quad (64)$$

где τ — сдвиговое (касательное) напряжение, распределённое по длине пятна контакта, x — горизонтальная координата, отсчитываемая по длине от начала пятна контакта движителя с грунтом.

Для расчёта силы сцепления движителя с опорной поверхностью следует рассмотреть распределение касательного напряжения по пятну контакта движителя с опорной поверхностью. Напряжение сдвига, распределённое по пятну контакта, определим по формуле [1], [8], [15]:

$$\tau_{tx} = \frac{1}{\frac{1}{\tau_m} + \frac{t_{gr}}{Gj}}, \quad (65)$$

где t_{gr} — шаг грунтозацепов движителя лесной машины, j — деформация сдвига опорной поверхности, τ_m — максимальное сопротивление опорной поверхности сдвигу, t_{gr} — шаг грунтозацепов, G — модуль сдвига опорной поверхности.

Сопротивление опорной поверхности сдвигу, с учётом его ослабления по причине нарушения структуры грунта при деформировании, найдём по формуле [1], [8], [15]:

$$\tau_m = q \operatorname{tg} \varphi + C\xi, \quad (66)$$

где q — среднее нормальное давление по пятну контакта движителя с опорной поверхностью:

$$q = \frac{G_w}{bl}, \quad (67)$$

где C , φ — соответственно удельное сцепление и угол внутреннего трения частиц опорной поверхности, ξ — параметр, учитывающий снижение сопротивления сдвигу при срезе опорной поверхности, который мы введём следующим образом:

$$\xi = 1 - \frac{j - j_0}{t_{gr}} \text{Heaviside}(j - j_0), \quad (68)$$

где $\text{Heaviside}(\dots)$ — единичная функция Хевисайда:

$$\begin{cases} \text{Heaviside}(j - j_0) = 1, j - j_0 \geq 0 \\ \text{Heaviside}(j - j_0) = 0, j - j_0 < 0 \end{cases} \quad (69)$$

j_0 — деформация сдвига, при которой возникает срез опорной поверхности [1], [8], [15]:

$$j_0 = \frac{\tau_{m0} t_{gr}}{G} \left(\sqrt{\frac{G}{C}} - 1 \right), \quad (70)$$

где τ_{m0} — максимальное сопротивление сдвигу без учёта возможного среза опорной поверхности, используемое при оценке верхней границы оценки силы сцепления [1], [8], [15]:

$$\tau_{m0} = q \text{tg } \varphi + C, \quad (71)$$

Деформацию сдвига принято определять с учётом горизонтальной координаты x , отсчитываемой от начала пятна контакта по его длине [1], [8]:

$$j = Sx, \quad (72)$$

где S — коэффициент буксования.

Среднее значение касательного напряжения, распределённого по длине контакта, найдём как интеграл [1], [8], [15]:

$$\tau_t = \frac{1}{l} \int_0^l \tau_{tx} dx. \quad (73)$$

Интеграл (73) для среднего значения касательного напряжения получим в следующем виде:

$$\begin{aligned} \tau_t = \frac{1}{l} \cdot \left\{ \frac{G^2 (Cj_0 + \tau_{m0} t_{gr})^2}{S t_{gr} (C - G)^3} \ln \frac{SGl + \tau_{m0} t_{gr} - (lS - j_0)C}{Gj_0 + \tau_{m0} t_{gr}} + \frac{\tau_{m0}^2 t_{gr}}{SG} \ln \frac{SGl + \tau_{m0} t_{gr}}{Gj_0 + \tau_{m0} t_{gr}} + \right. \\ \left. + \frac{(G^2(-lS + j_0) + ((lS + j_0)C + 4\tau_{m0} t_{gr})G - 2\tau_{m0} t_{gr} C)(lS - j_0)C}{2S t_{gr} (C - G)^2} \right\} \text{Heaviside} \left(l - \frac{j_0}{S} \right) - \end{aligned} \quad (74)$$

$$-\frac{\tau_{m0}^2 t_{gr}}{GSl} \ln \frac{SGl + \tau_{m0} t_{gr}}{\tau_{m0} t_{gr}} + \tau_{m0},$$

При этом сила сцепления по формуле (64) определится как:

$$F_t = b \cdot \left\{ \frac{G^2 (Cj_0 + \tau_{m0} t_{gr})^2}{St_{gr} (C - G)^3} \ln \frac{SGl + \tau_{m0} t_{gr} - (lS - j_0)C}{Gj_0 + \tau_{m0} t_{gr}} + \frac{\tau_{m0}^2 t_{gr}}{SG} \ln \frac{SGl + \tau_{m0} t_{gr}}{Gj_0 + \tau_{m0} t_{gr}} + \right. \\ \left. + \frac{(G^2(-lS + j_0) + ((lS + j_0)C + 4\tau_{m0} t_{gr})G - 2\tau_{m0} t_{gr} C)(lS - j_0)C}{2St_{gr} (C - G)^2} \right\} \text{Heaviside} \left(l - \frac{j_0}{S} \right) - \\ - \frac{b \tau_{m0}^2 t_{gr}}{GS} \ln \frac{SGl + \tau_{m0} t_{gr}}{\tau_{m0} t_{gr}} + bl \tau_{m0}, \quad (75)$$

Сила сопротивления грунта определяется интегрированием зависимости давления p от глубины колеи h [1], [8], [15]:

$$F_r = b \int_0^h p dh. \quad (76)$$

Ввиду сложности выражения давления p по формулам (34), (36), интегрирование (76) проводится численно.

3.3. Уравнения для расчёта фактической нагрузки на грунт с учётом поворота

Важным вопросом является учёт напряжений, возникающих при повороте движителя, в связи с чем рассмотрим схему, представленную на рисунке 2.

Поворот движителя на угол θ в горизонтальной плоскости приводит к возникновению деформаций грунта, которые будем считать заданными траекторией поворота движителя. Как следствие деформаций, в массиве грунта возникают дополнительные напряжения. Эти напряжения нормальны по отношению к боковине формирующейся колеи и касательны по отношению к её днищу.

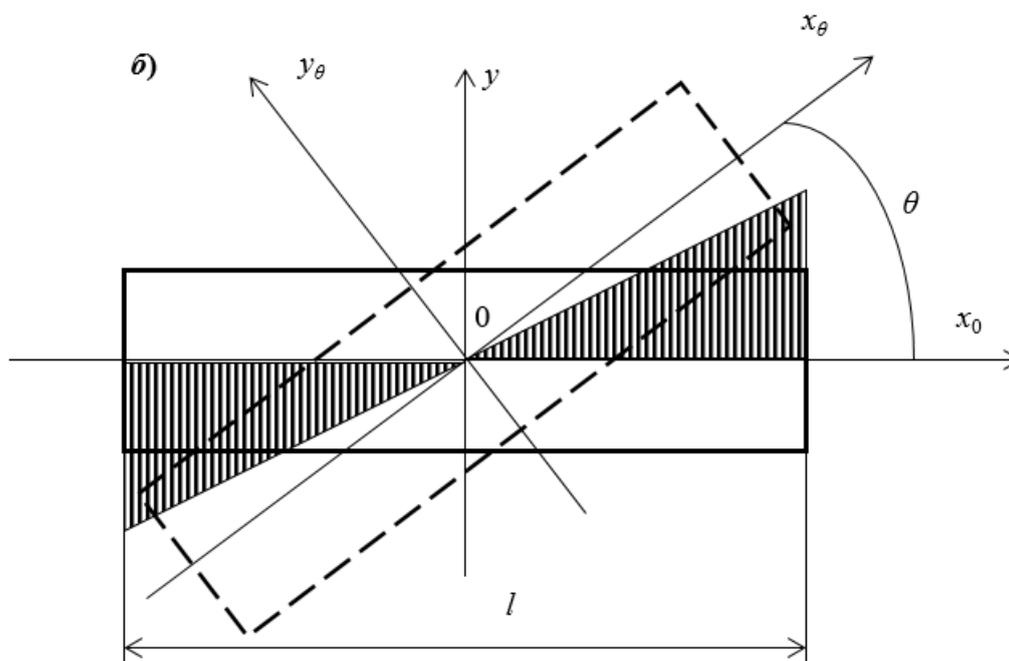


Рисунок 2. Схема к расчёту составляющих напряжения при повороте движителя

Figure 2. Scheme for calculating the stress components when the mover turns

Давление q_θ , действующее на грунт по нормали к боковинам колеи, найдём с помощью формул (34), (36) (в зависимости от принятого выражения поправочного коэффициента на потерю несущей способности), в которых толщина деформируемого слоя считается бесконечной, $H \rightarrow 0$, несущая способность соответствует несущей способности слоя грунта неограниченной мощности и обозначена как $p_{s\theta}$, а ширина пятна контакта соответствует глубине колеи h . Абсолютное значение деформации грунта по нормали к боковине колеи обозначим Γ . На основе формулы (34):

$$\Gamma = \frac{\pi}{2} \cdot \frac{J_\theta q_\theta a_\theta h p_{s\theta} K}{\sqrt{(p_{s\theta} - q_\theta)(p_{s0} - q_\theta (J_\theta K p_{s\theta} + 1))}}. \quad (77)$$

При использовании выражения (36) получим:

$$\Gamma = \frac{\pi}{2} \cdot \frac{J_\theta q_\theta a_\theta h p_{s\theta} K}{\sqrt{p_{s\theta} ((1 - J_\theta K q_\theta) p_{s\theta} - J q_\theta)}}, \quad (78)$$

Решение уравнения (76) относительно давления q_θ имеет вид:

$$q_\theta = \frac{-2J_\theta K p_{s\theta}^2 \Gamma^2 - 4\Gamma^2 p_{s\theta} + 2J_\theta K p_{s\theta}^2 \Gamma \sqrt{\pi^2 a_\theta^2 h^2 + \Gamma^2}}{\pi^2 J_\theta^2 K^2 a_\theta^2 h^2 p_{s\theta}^2 - 4J_\theta K p_{s\theta} \Gamma^2 - 4\Gamma^2}, \quad (79)$$

Решив относительно q_θ уравнение (77), получим:

$$q_\theta = \frac{-2Kp_{s\theta}T^2 - 2T^2 + 2T\sqrt{\pi^2 K^2 a_\theta^2 h^2 p_{s\theta}^2 + K^2 T^2 p_{s\theta}^2 + 2Kp_{s\theta}T^2 + T^2}}{\pi^2 J_\theta K^2 a_\theta^2 h^2 p_{s\theta}}, \quad (80)$$

причём, по аналогии с формулами (7), (8), параметр J_θ определяется выражением:

$$J_\theta = \frac{0,03h+l}{0,6h+0,43l}, \quad (81)$$

а параметр a_θ при $H \rightarrow 0$ равен 0,64 по формулам (60), несущая способность $p_{s\theta}$ определяется системой уравнений:

$$\left\{ \begin{array}{l} p_{s\theta} = 0,5K_{1\theta}B_{1\theta}N_1\gamma h + N_2\gamma\bar{T} + K_{3\theta}B_{3\theta}N_3C \\ K_{1\theta} = \frac{l}{l+0,4h}; K_{3\theta} = \frac{l+h}{l+0,5h} \\ B_{1\theta} = \frac{\pi - 4\theta \operatorname{tg} \varphi}{\pi + 4\theta \operatorname{tg} \varphi}; B_{3\theta} = \frac{3\pi - 2\theta}{3\pi + 2\theta} \\ N_1 = \frac{1 - S_\varphi^4}{S_\varphi^5}; N_2 = \frac{1}{S_\varphi^2}; N_3 = \frac{2(1 + S_\varphi^2)}{S_\varphi^3}; S_\varphi = \operatorname{tg}\left(\frac{\pi}{4} - \frac{\varphi}{2}\right) \end{array} \right., \quad (82)$$

где \bar{T} — среднее значение боковой деформации грунта.

При заданном угле поворота по схеме на рисунке 2 получим оценку максимального значения деформации T :

$$T_{\max} = l \operatorname{tg} \frac{\theta}{2}. \quad (83)$$

Тогда, пренебрегая боковыми деформациями движителя, запишем выражение для деформации T по оси x_0 :

$$T = 2x_0 \operatorname{tg} \frac{\theta}{2}. \quad (84)$$

Среднее значение деформации, использующееся в формулах (82), определим по уравнению:

$$\bar{T} = \frac{l}{2} \operatorname{tg} \frac{\theta}{2}. \quad (85)$$

Силу сопротивления повороту движителя определим интегрированием одного из выражений (79), (80):

$$F_\theta = 2h \int_0^{\frac{l}{2}} q_\theta(T) dx_0. \quad (86)$$

Отметим, что при $T = \text{const}$ и $\theta = 0$ на основе формулы (86) получаем выражение для силы сопротивления грунта скольжению движителя поперёк направлению движения

в горизонтальной плоскости F_T , что имеет место, например, при потере курсовой устойчивости машины на склоне:

$$F_T = hlq_\theta. \quad (87)$$

В результате интегрирования (86) при q_θ по формуле (79) получим выражение:

$$F_\theta = 2p_{s\theta}h \cdot \frac{\left((Kp_{s\theta} + 1)^2 l^2 \operatorname{tg} \frac{\theta}{2} + \lambda \right)^{\frac{3}{2}} - \lambda^{\frac{3}{2}} - (Kp_{s\theta} + 1)^3 l^3 \operatorname{tg}^3 \frac{\theta}{2}}{3\lambda J_\theta (Kp_{s\theta} + 1)^2 \operatorname{tg} \frac{\theta}{2}}, \quad (88)$$

где обозначено: $\lambda = \pi^2 K^2 a_\theta^2 h^2 p_{s\theta}^2$.

Интегрирование (86) при q_θ по формуле (80) приводит к получению зависимости:

$$F_\theta = p_s \cdot \left\{ \frac{c_2(c_1^4 - 1)}{8c_1^3} \ln c_3 + \frac{l}{2} \left(1 + \frac{1}{c_1^2} \right) + \frac{c_2 - \sqrt{c_2^2 + l^2}}{2} \left(1 - \frac{1}{c_1^2} \right) \right\}, \quad (89)$$

где обозначено:

$$c_1 = \sqrt{J_\theta Kp_{s\theta} + 1}, c_2 = \frac{\pi a_\theta h}{2 \operatorname{tg} \frac{\theta}{2}}, c_3 = \frac{(c_1 - 1)^2 (c_1^2 c_2 - c_2 - c_1 l) (c_1^2 c_2 + c_2 + c_1 \sqrt{4c_2^2 + l^2})}{(c_1 + 1)^2 (c_1^2 c_2 - c_2 + c_1 l) (c_1^2 c_2 + c_2 - c_1 \sqrt{4c_2^2 + l^2})}.$$

При принятых предпосылках к описанию воздействия движителя на боковины колеи получим выражение для дополнительных составляющих касательного напряжения, вызванных боковыми деформациями грунта при повороте движителя, разделив силу F_θ на площадь контакта. На основе формулы (88) запишем:

$$\tau_\theta = \frac{2p_{s\theta}}{l} \cdot \frac{\left((Kp_{s\theta} + 1)^2 l^2 \operatorname{tg} \frac{\theta}{2} + \lambda \right)^{\frac{3}{2}} - \lambda^{\frac{3}{2}} - (Kp_{s\theta} + 1)^3 l^3 \operatorname{tg}^3 \frac{\theta}{2}}{3\lambda J_\theta (Kp_{s\theta} + 1)^2 \operatorname{tg} \frac{\theta}{2}}. \quad (90)$$

При использовании формулы (89) получим:

$$\tau_\theta = \frac{p_s}{bl} \cdot \left\{ \frac{c_2(c_1^4 - 1)}{8c_1^3} \ln c_3 + \frac{l}{2} \left(1 + \frac{1}{c_1^2} \right) + \frac{c_2 - \sqrt{c_2^2 + l^2}}{2} \left(1 - \frac{1}{c_1^2} \right) \right\}. \quad (91)$$

Расчёт по формулам (90), (91) приводит к получению результатов, близких по значению.

С учётом возможного поворота движителя запишем выражение результирующего касательного напряжения, действующего на опорную поверхность:

$$\tau = \sqrt{\tau_\theta^2 + \tau_i^2}. \quad (92)$$

Результирующую нагрузку на опорную поверхность p и угол её отклонения от нормали к опорной поверхности δ найдём по формулам [1]:

$$p = \sqrt{q^2 + \tau^2}, \quad (93)$$

$$\delta = \operatorname{arctg} \frac{\tau}{q}. \quad (94)$$

Отметим, что формулы (92)—(94) универсальны по отношению к геометрическим параметрам движителя и пятна контакта. При этом следует учитывать, что значение коэффициента буксования, соответствующего началу среза опорной поверхности, зависит от длины пятна контакта l и шага грунтозацепов t_{gr} .

По аналогии с формулой (63) найдём коэффициент сопротивления грунта повороту движителя:

$$\varphi_{\theta} = \frac{F_{\theta}}{G_w}. \quad (95)$$

Как показывают вычисления, зависимость силы сцепления F_t от коэффициента буксования имеет точку максимума. Значение коэффициента $S = S_{max}$, при котором обеспечивается максимальная сила F_t , будем считать одной из характеристик процесса взаимодействия движителя и опорной поверхности.

Второе характерное значение коэффициента S найдём при выполнении условия:

$$F_t = \sqrt{F_r^2 + F_{\theta}^2}, \quad (96)$$

это значение S будет соответствовать минимальному буксованию, при котором возможно поступательное движение машины, преодолевающей сопротивление грунта деформированию.

3.4. Порядок расчёта

Предлагаемая теоретическая модель использует несколько параметров опорной поверхности (определяющихся типом, состоянием и принятой реологической моделью поверхности, включающих модуль общей деформации E и длительный модуль деформации E_{δ} , вязкости η , η_{δ} , удельное сцепление C , угол внутреннего трения φ , модуль сдвига G , удельный вес γ , толщину деформируемого слоя H , угол наклона α , для снега — плотность ρ ; итого до 10 переменных), движителя (приведённая нагрузка G_w , угол поворота θ , требуемая скорость v , число последовательных проходов по следу n , ширина B ; для колёсного движителя — диаметр колеса d , давление в шине p_w , высота шины H_T , шаг грунтозацепов t_{gr} , для колёсно-гусеничного дополнительным параметром является межосевое расстояние A ; для гусеничного движителя — длина горизонтальной проекции гусеницы на опорную поверхность L_t ; итого до 10 переменных). Для заданных условий определяется жёсткость K опорной поверхности и, в зависимости от параметров движителя, её несущая способность p_s .

Математическая модель позволяет рассчитать глубину колеи h , деформацию уплотнения опорной поверхности h_c , результирующее p и номинальное q давление движителя на опорную

поверхность, силу сопротивления грунта поступательному движению F_r и повороту движителя F_θ , максимально возможную силу сцепления движителя с опорной поверхностью F_{tmax} и соответствующий её значению коэффициент буксования S_{max} , фактически требуемую силу сцепления F_t и коэффициент буксования S , угол отклонения результирующей нагрузки от нормали к опорной поверхности β , связанный с её наклоном, действием касательных напряжений при буксовании и повороте движителя (угол δ). На основе расчётных данных определяются коэффициенты сопротивления поступательному движению φ_r , повороту φ_θ , максимального сцепления μ , тяги φ_p , по которым даётся комплексная оценка проходимости машины, рассчитывается требуемая мощность двигателя N . По величинам h , h_c даётся оценка экологической безопасности.

Расчёты осуществлены в среде *Maple 2017*.

Изложим порядок расчёта. После выбора реологической модели опорной поверхности и задания её свойств, назначения типа, геометрических, жёсткостных и прочих параметров движителя создаётся сетка значений нагрузки $G_{w,i}$ в пределах от 0 до заданного верхнего значения G_w . Шаг сетки ΔG_w задаётся мелким, в пределах до ориентировочно 0,0005—0,001 МН.

При $G_{w,0} = 0$ принимаем $h_0 = 0$, $\delta_0 = 0$. Далее последовательно, с первого шага $i = 1$, при $G_{w,i} = G_{w,i-1} + \Delta G_w$ и приближённо считая $\delta_i = \delta_{i-1}$, определяем:

1. Приближённое значение β по формуле (58).
2. Значения вспомогательных параметров a , S_f , N_1 , N_2 , N_3 , B_1 , B_3 , H_p рассчитываем по формулам (8), (60).
3. Выражения геометрических параметров [для колёсного движителя b , l , h_z по формулам (38), (40), (47), для колёсно-гусеничного движителя $b = B$, l , h_z по формулам (40), (47), для гусеничного движителя l по формуле (39), $b = B$] и t из формулы (31) подставляем в формулы для J , J_1 , J_3 (7), (60). Полученные выражения подставляем в уравнения для определения K по формулам (21)—(30), q — по (67), p — по (93), H_p , a_z , p_{s0} , p_s — по (60).
4. Уравнения (34), (37) решаются численно относительно h , h_c , получаем значения h_i , $h_{c,i}$. По h_i рассчитываются значения величин по п. 3, использующиеся в дальнейших расчётах.
5. Определяем значения переменных величин J_θ , $J_{1\theta}$, $J_{3\theta}$, $p_{s\theta}$, \bar{T} по формулам (81), (82), (85) (при $H \rightarrow \infty$ $a_\theta = 0,64$), необходимым для расчёта силы F_θ и напряжения при повороте движителя τ_θ . Находим значения $F_{\theta,i}$, $\tau_{\theta,i}$, по выражениям (88), (90).
6. Интегрирование зависимости (76) для расчёта F_r проводим численно, например, при помощи метода трапеций: $F_{r,i} = F_{r,i-1} + \frac{b_i}{2}(q_i + q_{i-1})(h_i - h_{i-1})$.
7. Находим максимум функции (75) для определения максимально возможной силы сцепления F_t и соответствующего ей коэффициента буксования S_{max} . Сравниваем $F_{tmax,i}$ с геометрической суммой $F_{r,i}$, $F_{\theta,i}$ по формуле (96). При большем значении $F_{tmax,i}$ движение и поворот возможны, при меньшем — утрачивается опорная проходимость движителя.
8. При соблюдении условия об обеспечении проходимости находим соответствующий коэффициент буксования S_i по выражениям (75), (96), фактическое касательное напряжение

по пятну контакта τ_i по формуле (92), скорректированное значение δ_i по формуле (94) и p_i по формуле (93). Коэффициенты тягово-сцепных свойств движителя $\varphi_P, \mu, \varphi_r, \varphi_\theta$ рассчитываем по формулам (61), (62), (63), (95).

Далее расчёт повторяется, вплоть до $G_{w,l} \leq G_w$. В результате выполнения расчётов получаем данные по параметрам взаимодействия движителя с опорной поверхностью в виде упорядоченного набора, что позволяет выявить взаимосвязи характеристик опорной поверхности и движителя с показателями повреждаемости почвы и грунта и тягово-сцепными свойствами машины.

3.5. Исследование показателей взаимодействия движителей с опорными поверхностями

Проанализируем влияние входных параметров математической модели на показатели взаимодействия колёсных, колёсно-гусеничных и гусеничных движителей с опорной поверхностью на примере лесного почвогрунта III (слабонесущий, $E = 0,4$ МПа) и II категории (почвогрунт средней прочности, $E = 1,0$ МПа).

Свойства опорной поверхности примем в соответствии с работами [6], [8], [10]:

$$H = 0,4714E^{-0,479}, \quad (97)$$

$$C = 10,774E^{0,7737}, \quad (98)$$

$$\varphi = 13,669E^{0,1818}, \quad (99)$$

$$\gamma = 8,4008E^{0,1168}, \quad (100)$$

$$G = 1,9937E^{1,0798}. \quad (101)$$

Для колёсного движителя в примере результатов расчёта: $B = 0,7$ м, $H_T = 0,55$ В, $d = 1,333$ м, $p_w = 0,35$ МПа; для колёсно-гусеничного движителя $A = 0,2$ м (прочие параметры те же); для гусеничного движителя $B = 0,7$ м, $L_t = 5$ м. Для всех типов движителя примем: $t_{gr} = 0,14$ м, $v = 1,38$ м/с; θ и G_w — переменные величины.

Результаты расчётов представим в виде графиков на рисунках 3—14.

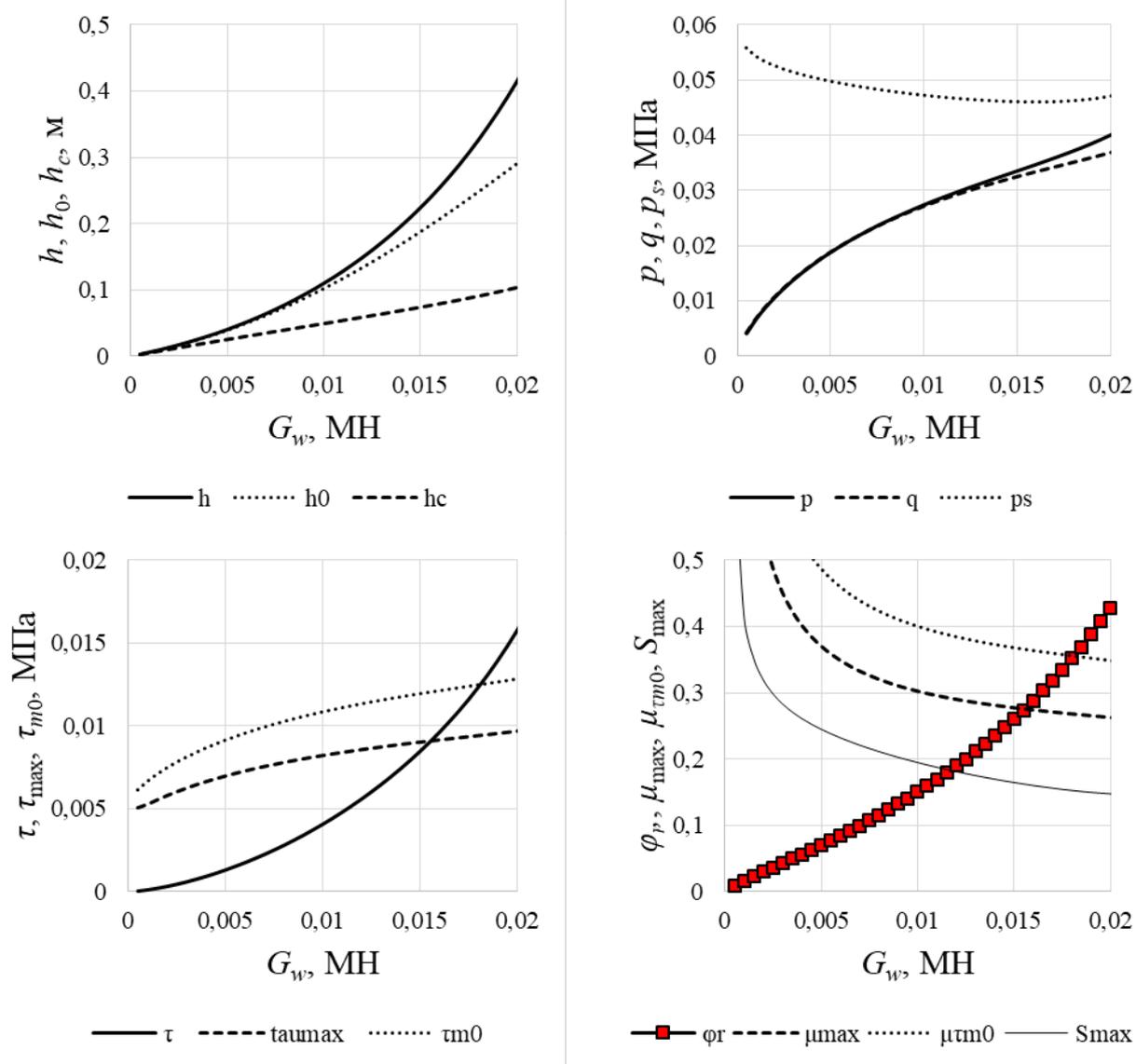


Рисунок 3. Результаты расчёта показателей взаимодействия колёсного движителя с лесным почвогрунтом III категории (слабонесущий почвогрунт), прямолинейное движение

Figure 3. Results of calculating the indicators of interaction of wheeled mover with forest soil of the III category (low-bearing soil)

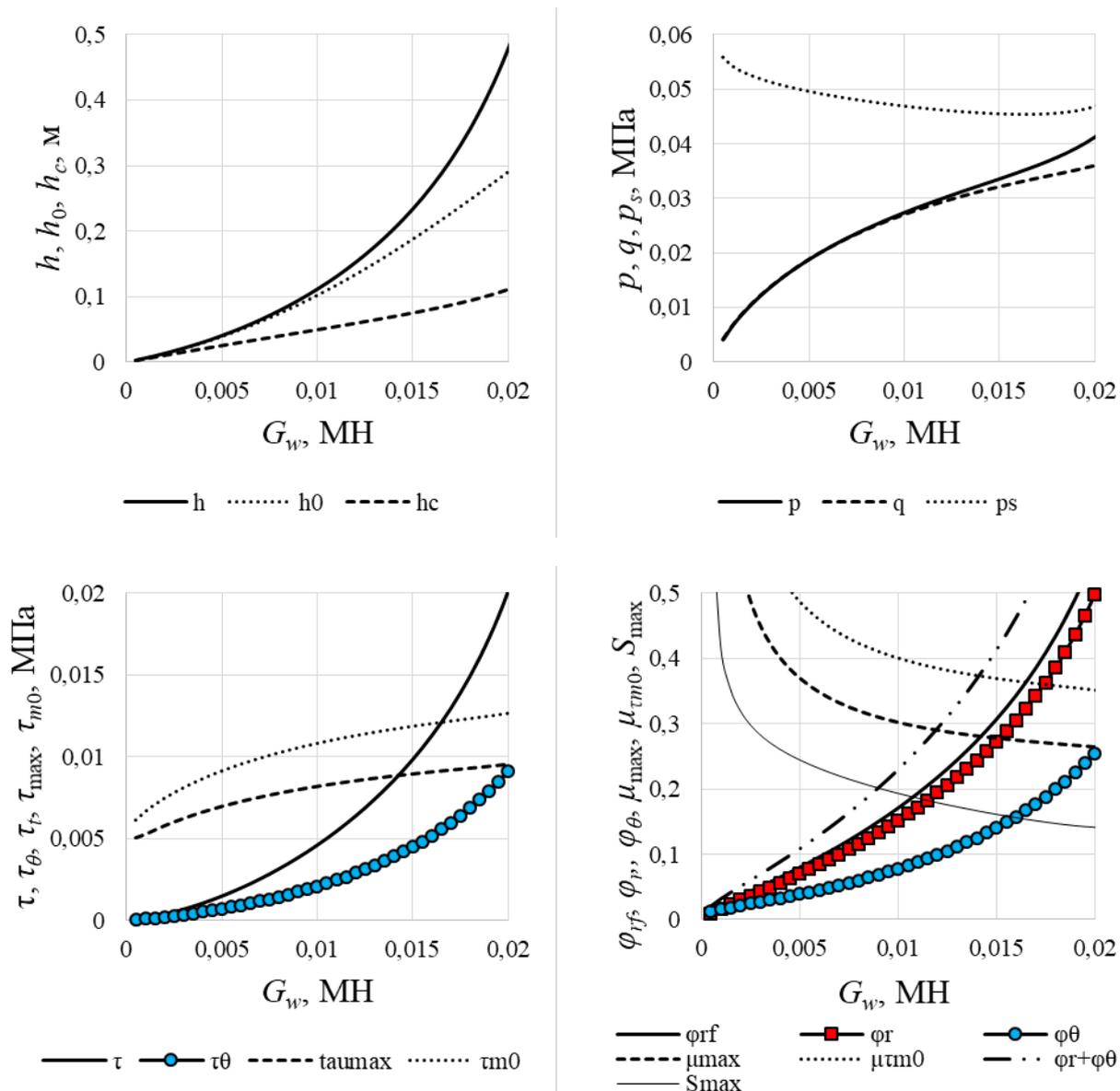


Рисунок 4. Результаты расчёта показателей взаимодействия колёсного движителя с лесным почвогрунтом III категории (слабонесущий почвогрунт), движение с поворотом $\theta = 15^\circ$

Figure 4. Results of calculating the indicators of interaction of wheeled mover with forest soil of the III category (low-bearing soil), movement with a turn $\theta = 15^\circ$

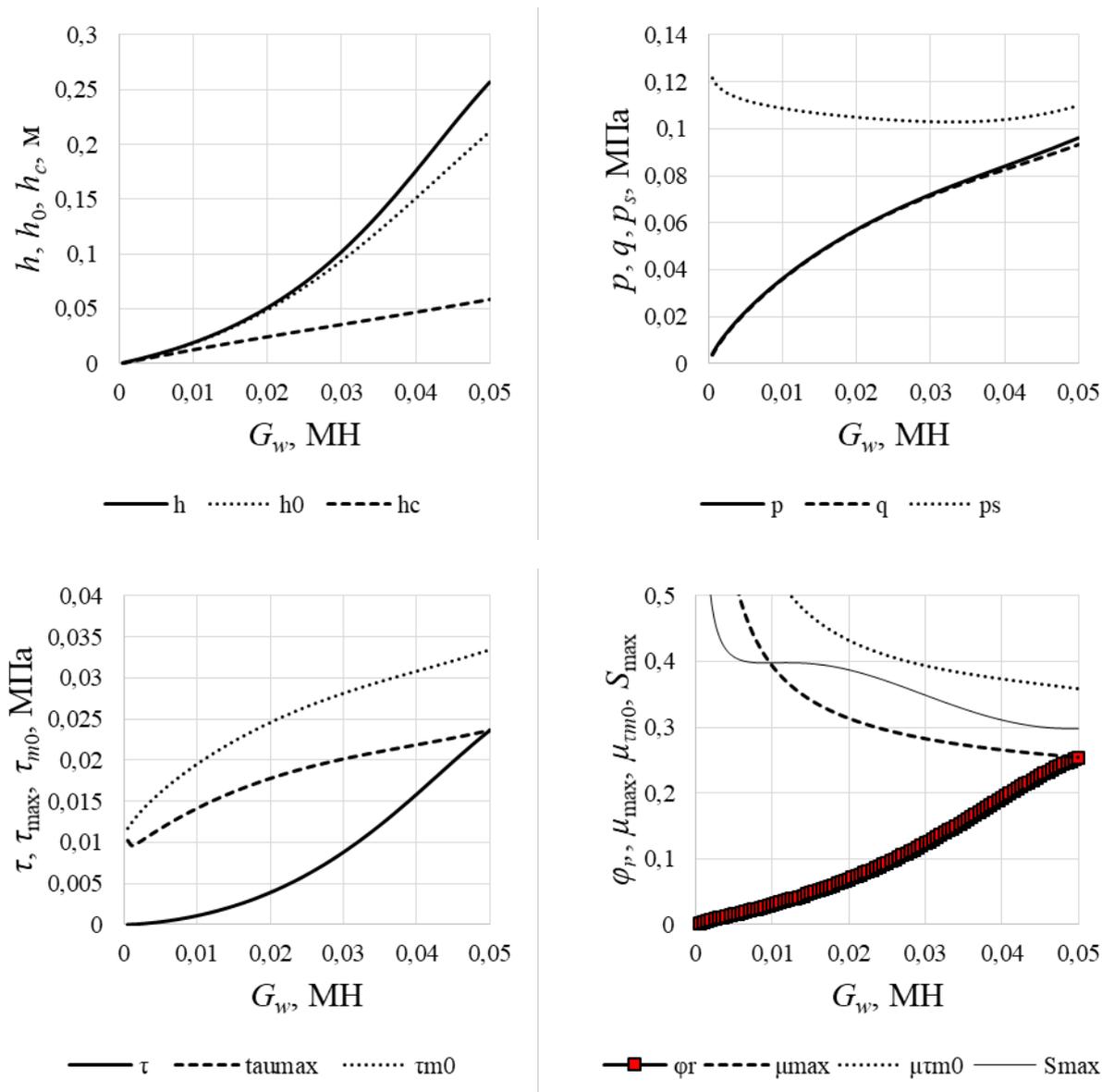


Рисунок 5. Результаты расчёта показателей взаимодействия колёсного движителя с лесным почвогрунтом II категории (почвогрунт средней прочности), прямолинейное движение

Figure 5. Results of calculating the indicators of interaction of a wheeled mover with forest soil of the II category (soil of a moderate strength)

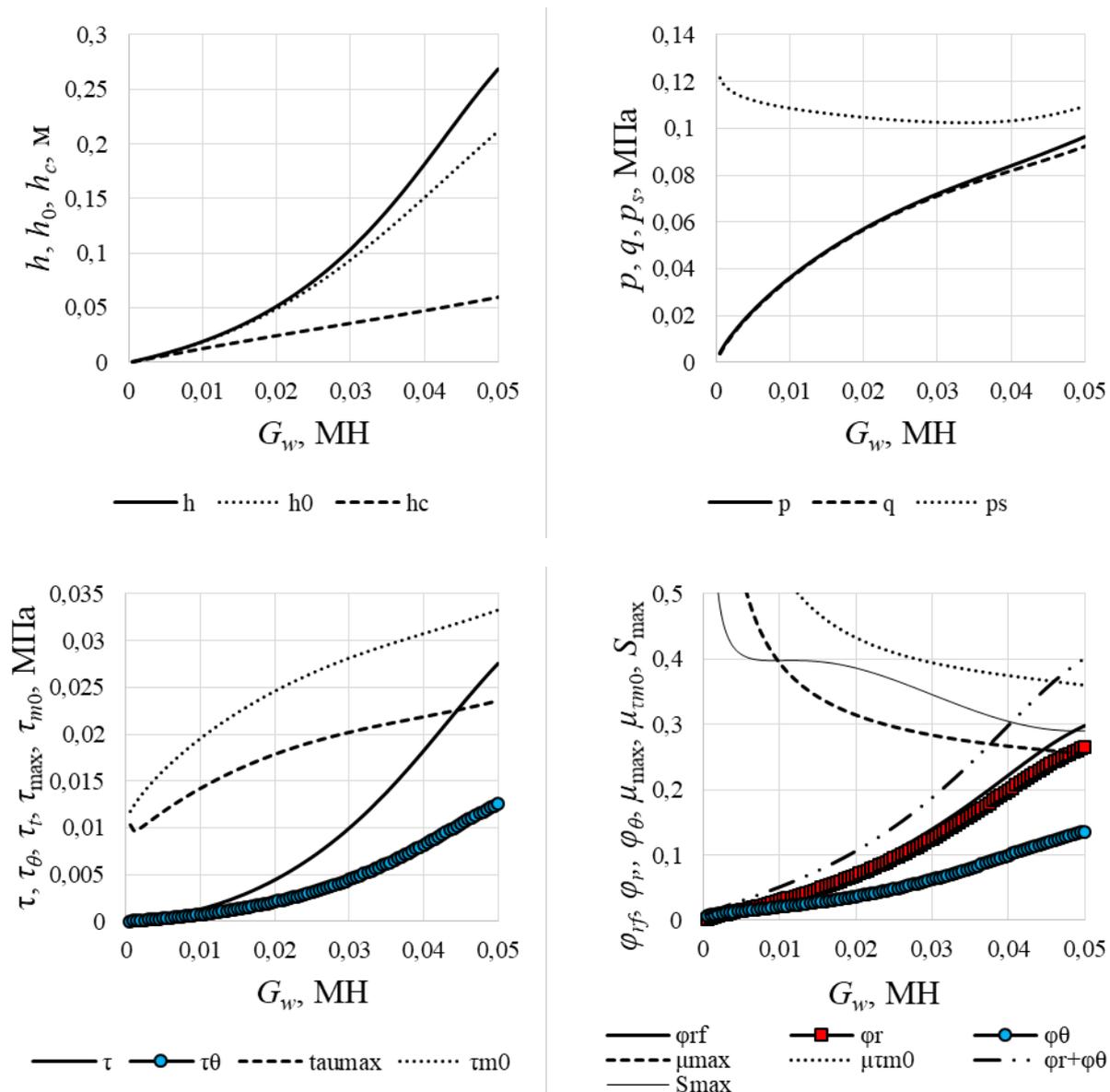


Рисунок 6. Результаты расчёта показателей взаимодействия колёсного движителя с лесным почвогрунтом II категории (почвогрунт средней прочности), движение с поворотом $\theta = 15^\circ$

Figure 6. Results of calculating the indicators of interaction of a wheeled mover with forest soil of the II category (soil of a moderate strength), movement with a turn $\theta = 15^\circ$

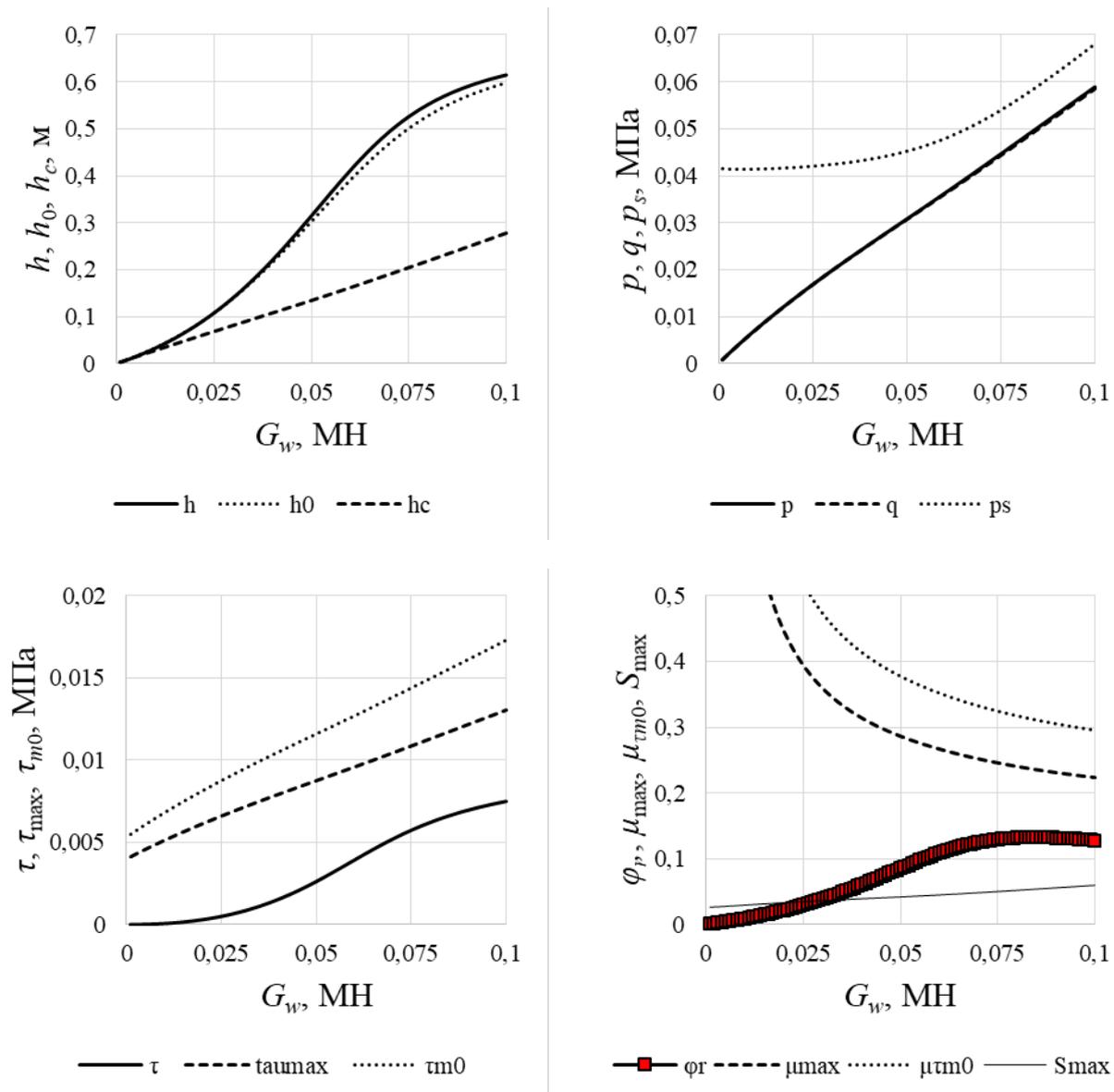


Рисунок 7. Результаты расчёта показателей взаимодействия колёсно-гусеничного движителя с лесным почвогрунтом III категории (слабонесущий почвогрунт), прямолинейное движение

Figure 7. Results of calculating the indicators of interaction of a wheeled-tracked mover with forest soil of the III category (low-bearing soil)

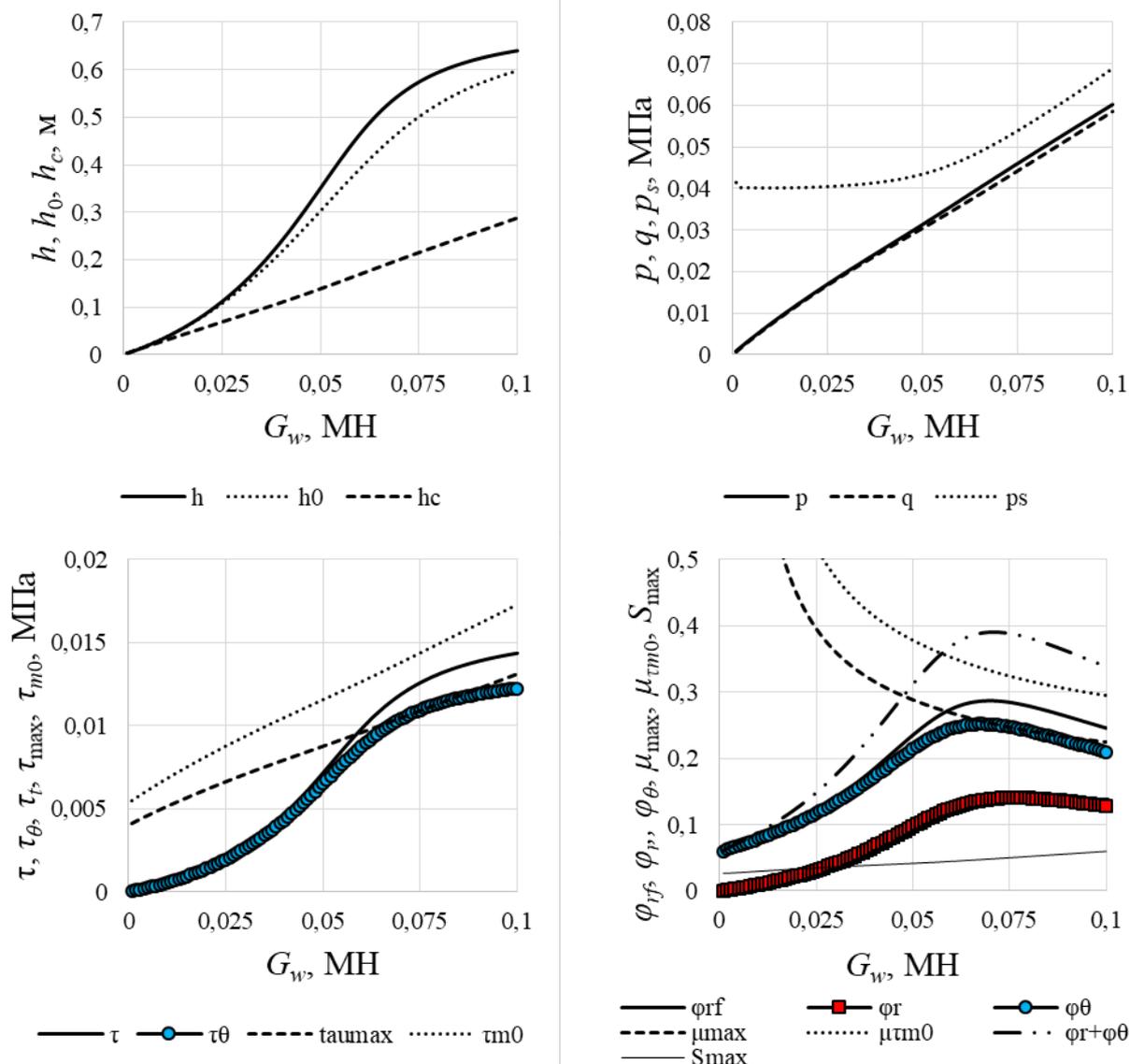


Рисунок 8. Результаты расчёта показателей взаимодействия колёсно-гусеничного движителя с лесным почвогрунтом III категории (слабонесущий почвогрунт), движение с поворотом $\theta = 15^\circ$

Figure 8. Results of calculating the indicators of interaction of a wheeled-tracked mover with forest soil of the III category (low-bearing soil), movement with a turn $\theta = 15^\circ$

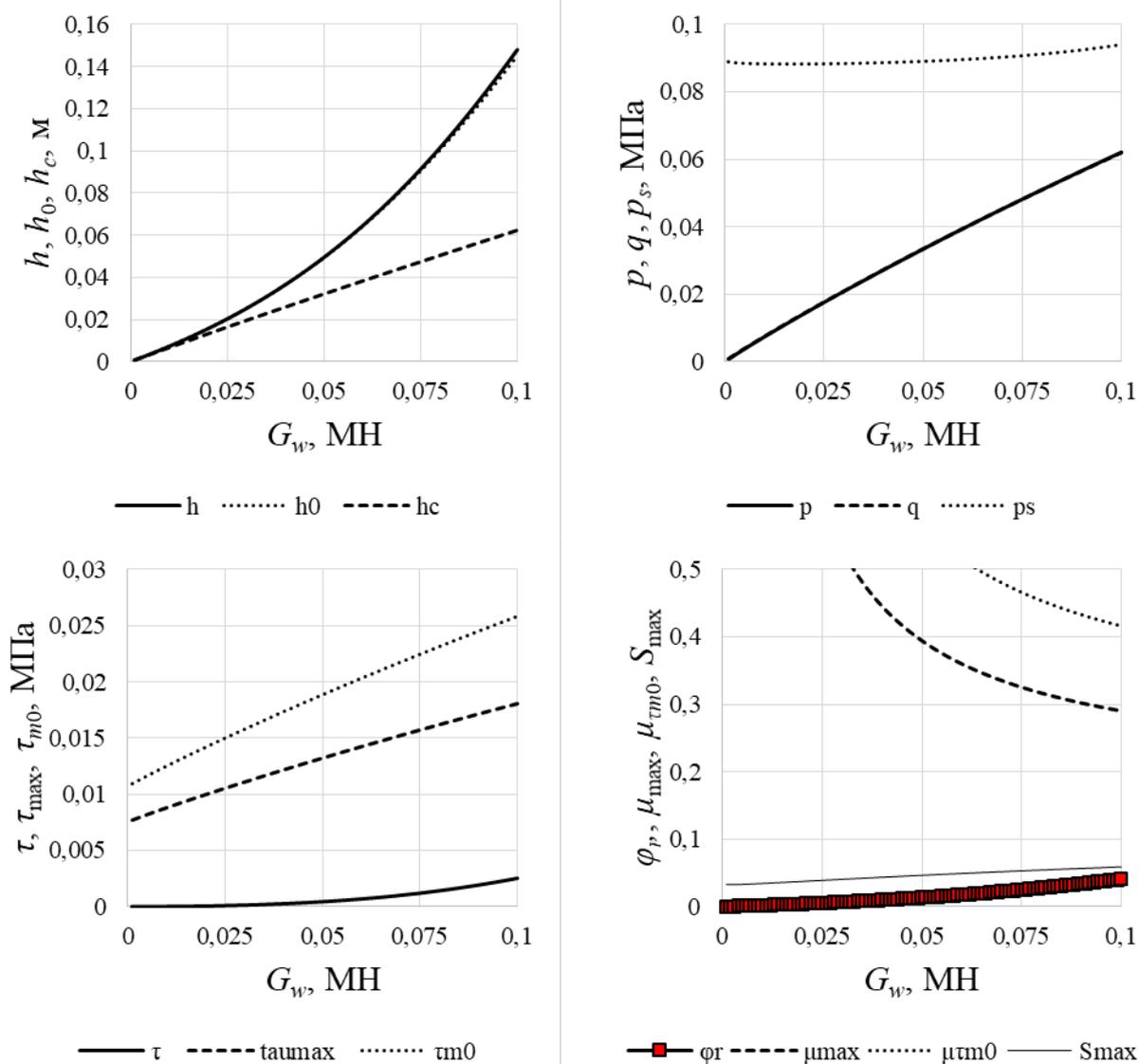


Рисунок 9. Результаты расчёта показателей взаимодействия колёсно-гусеничного движителя с лесным почвогрунтом II категории (почвогрунт средней прочности), прямолинейное движение

Figure 9. Results of calculating the indicators of interaction of a wheeled-tracked mover with forest soil of the II category (soil of a moderate strength)

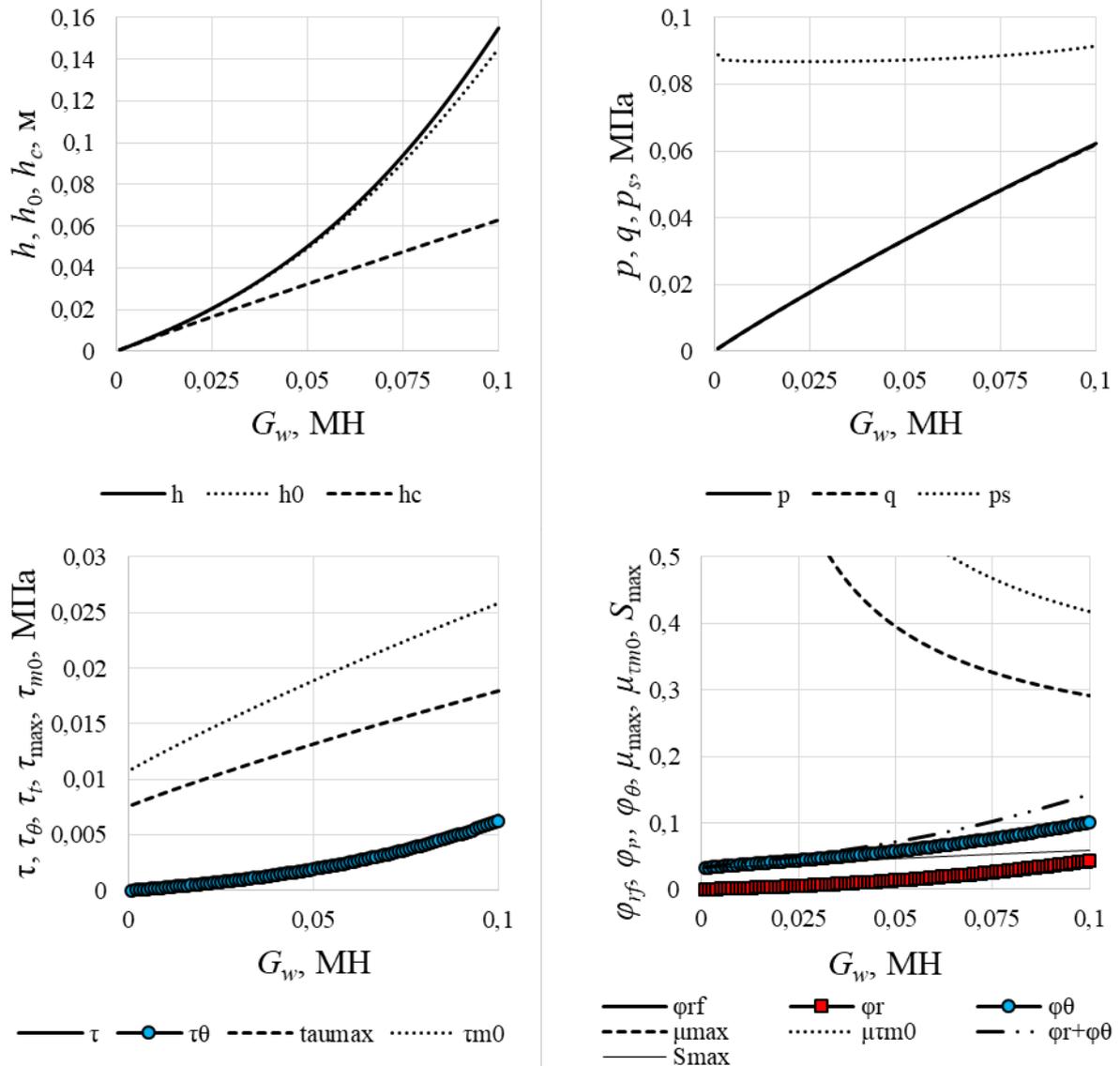


Рисунок 10. Результаты расчёта показателей взаимодействия колёсно-гусеничного движителя с лесным почвогрунтом II категории (почвогрунт средней прочности), движение с поворотом $\theta = 15^\circ$

Figure 10. Results of calculating the indicators of interaction of a wheeled-tracked mover with forest soil of the II category (soil of moderate strength), movement with a turn $\theta = 15^\circ$

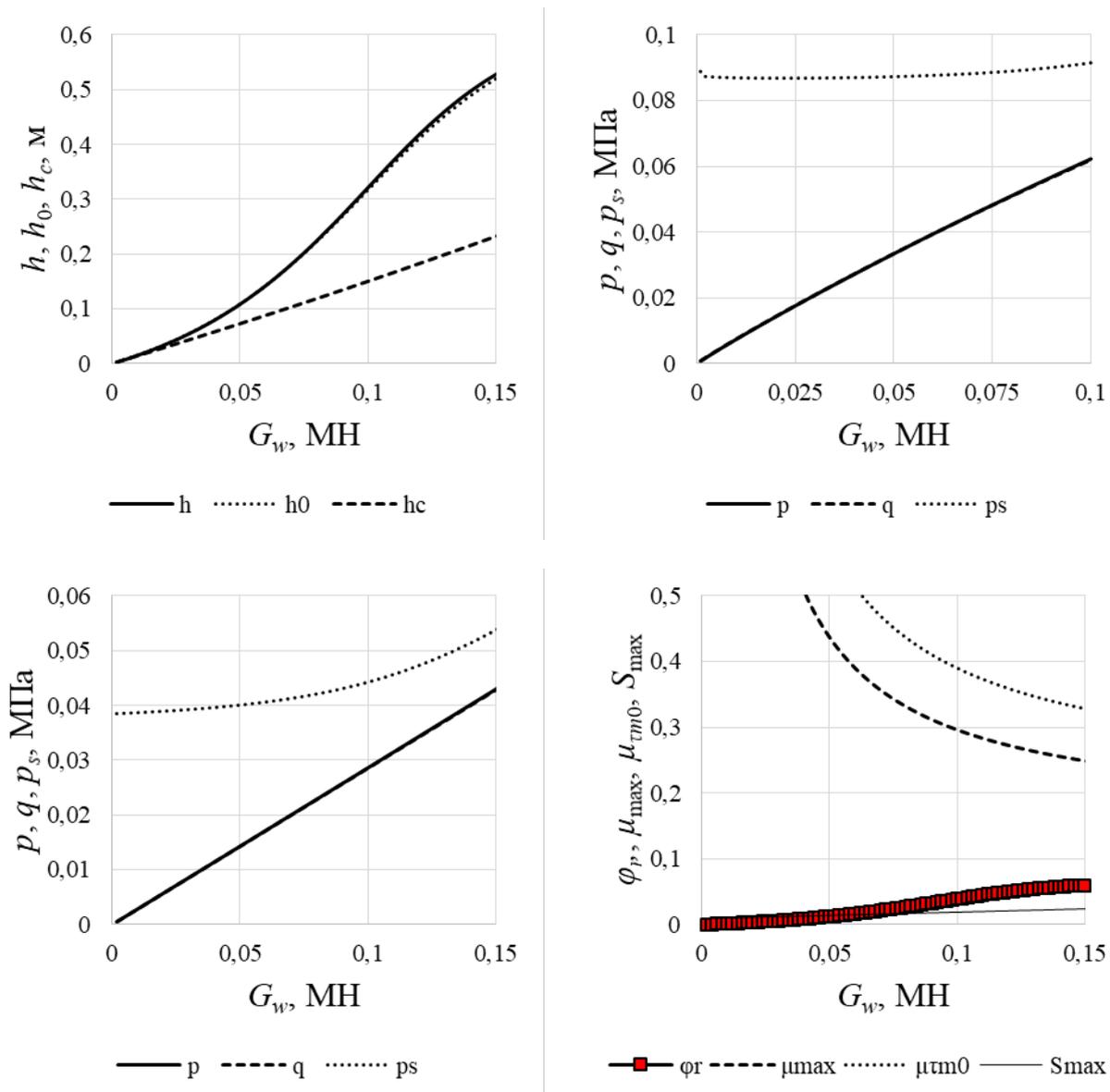


Рисунок 11. Результаты расчёта показателей взаимодействия гусеничного движителя с лесным почвогрунтом III категории (слабонесущий почвогрунт), прямолинейное движение

Figure 11. Results of calculating the indicators of interaction of a tracked mover with forest soil of the III category (low-bearing soil)

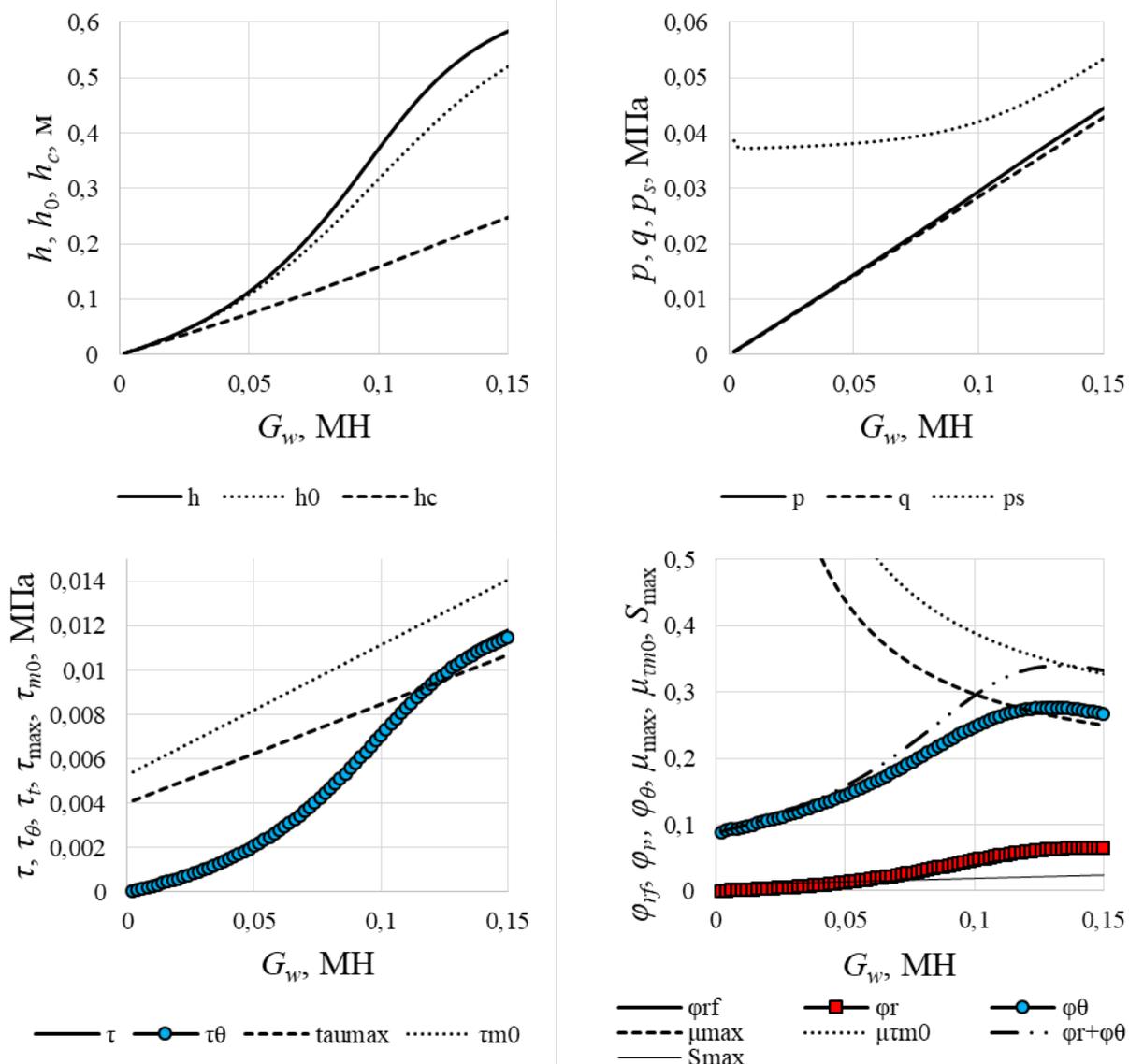


Рисунок 12. Результаты расчёта показателей взаимодействия гусеничного движителя с лесным почвогрунтом III категории (слабонесущий почвогрунт), движение с поворотом $\theta = 15^\circ$

Figure 12. Results of calculating the indicators of interaction of a tracked mover with forest soil of the III category (low-bearing soil), movement with a turn $\theta = 15^\circ$

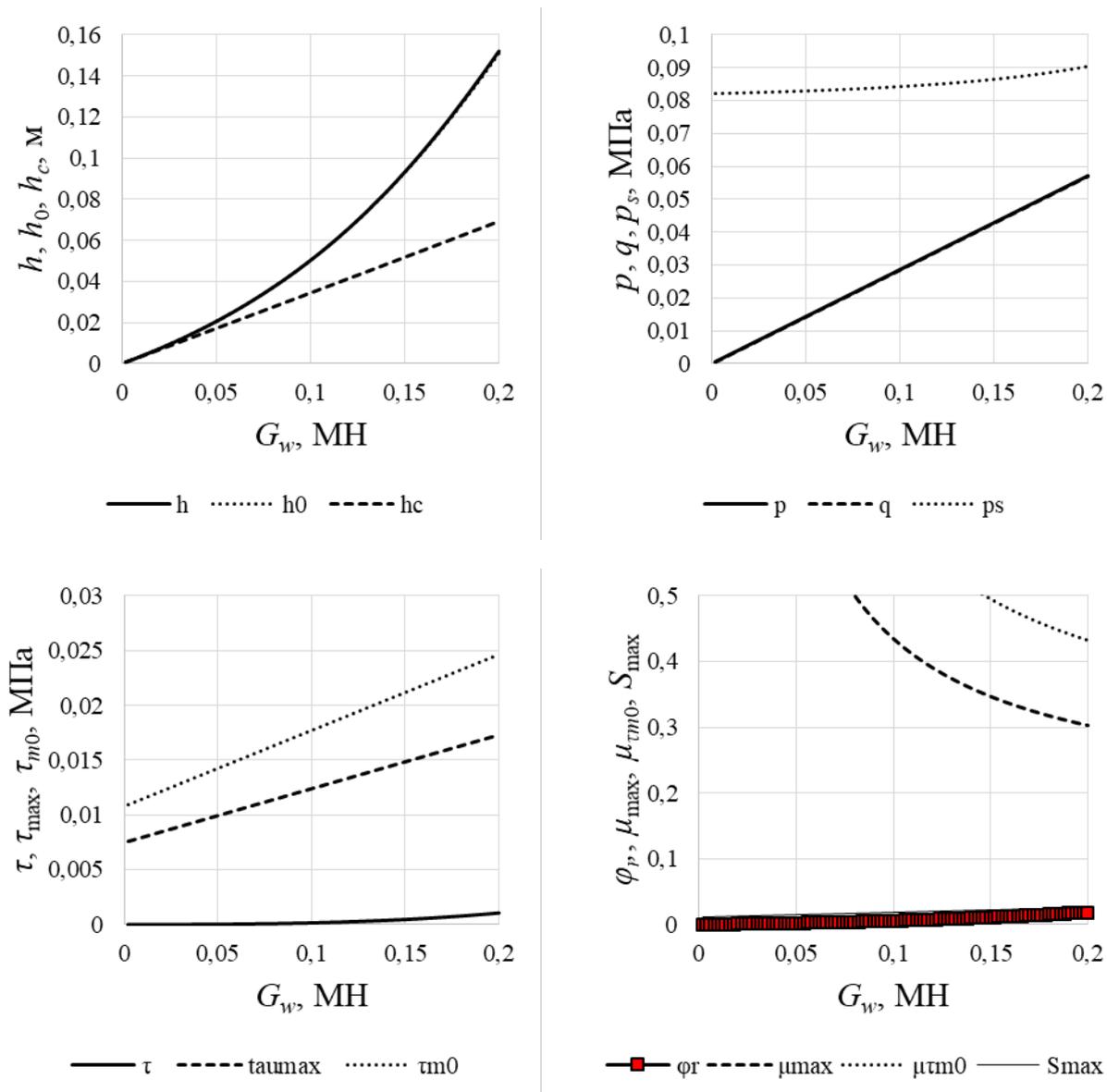


Рисунок 13. Результаты расчёта показателей взаимодействия гусеничного движителя с лесным почвогрунтом II категории (почвогрунт средней прочности), прямолинейное движение

Figure 13. Results of calculating the indicators of interaction of a tracked mover with forest soil of the II category (soil of moderate strength)

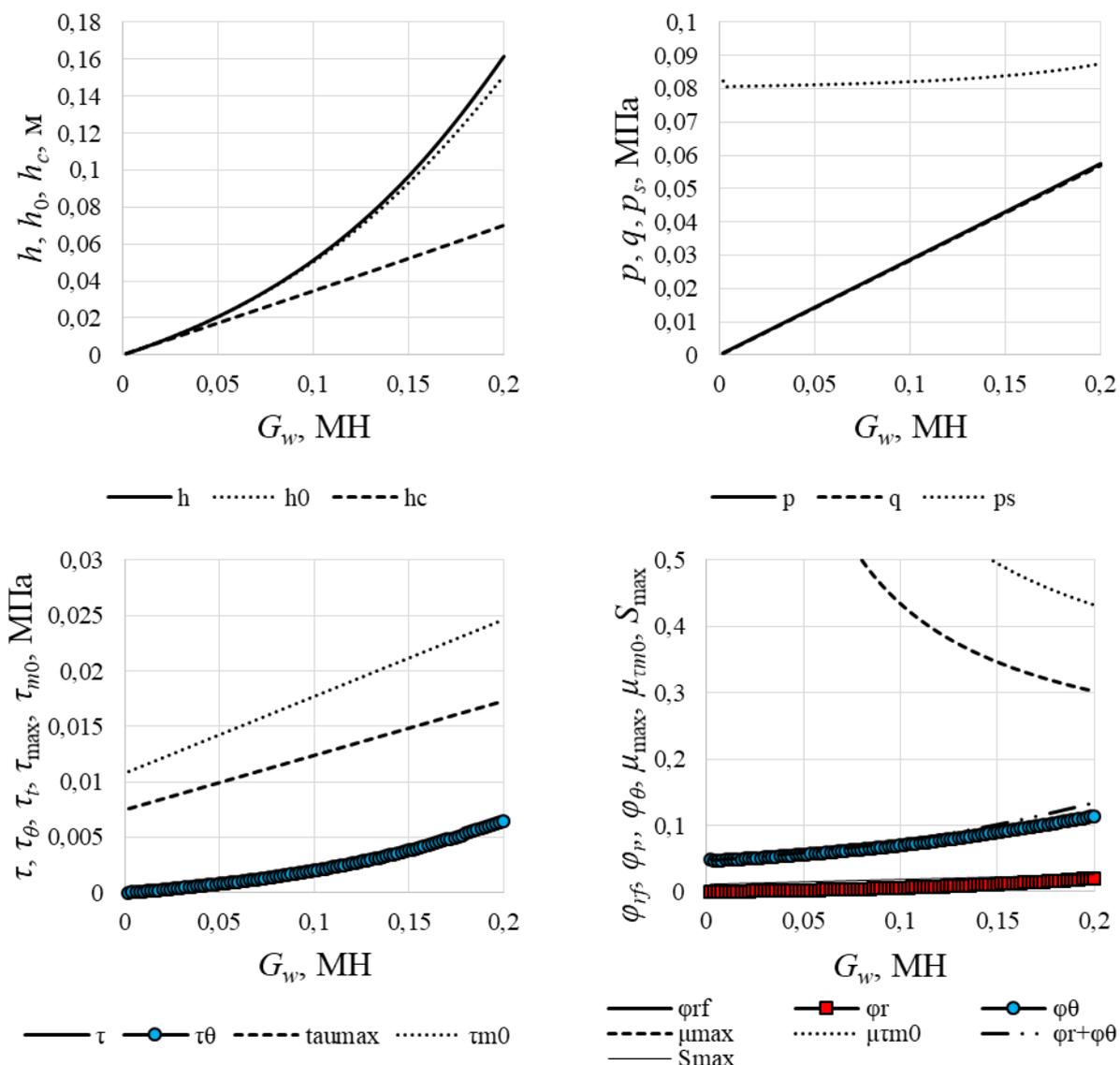


Рисунок 14. Результаты расчёта показателей взаимодействия гусеничного движителя с лесным почвогрунтом II категории (почвогрунт средней прочности), движение с поворотом $\theta = 15^\circ$

Figure 14. Results of calculating the indicators of interaction of a tracked mover with forest soil of the II category (soil of moderate strength), movement with a turn $\theta = 15^\circ$

Полученные результаты расчётов качественно согласуются с выводами, полученными ранее в работе [8], и дополняют их:

- Зависимость глубины колеи h от нагрузки со стороны движителя G_w имеет выраженный нелинейный характер для всех трёх рассмотренных типов движителя, как при работе на слабонесущих почвогрунтах, так и на почвогрунтах средней прочности.
- Несущая способность опорной поверхности p_s изменяется в процессе взаимодействия с движителем, вплоть до потери опорной проходимости изменение составляет

ориентировочно 10—20 %, при работе гусеничной и колёсно-гусеничной техники на слабонесущих почвогрунтах может достигать 30—40 %. Отмеченное связано с изменением угла отклонения результирующего воздействия на почвогрунт β при действии касательных напряжений по пятну контакта, вызванных сопротивлением поступательному движению машины и поворотом движителя, а также изменением толщины деформируемого слоя H в процессе колеобразования; несущая способность зависит от типа движителя, воздействующего на почвогрунт.

- Значение касательного напряжения τ_{\max} , максимально возможного для почвогрунта по условию сохранения сцепления, приближается к сопротивлению почвогрунта срезу τ_{m0} , что качественно отражает физическую картину взаимодействия движителя с почвогрунтом. Согласование достигнуто за счёт использования коэффициента снижения удельного сцепления C по формуле (68), учитывающего постепенное снижение C в отличие от известного выражения [1], [8], [15], предполагающего скачкообразное изменение удельного сцепления.

- Сопротивление повороту движителя F_{θ} сопоставимо с сопротивлением грунта поступательному движению машины F_r , превышая его у колёсно-гусеничных и гусеничных машин. Для колёсно-гусеничных и гусеничных машин характерны случаи потери проходимости по причине возрастающего касательного напряжения по пятну контакта при повороте.

Исследуем показатели воздействия различных типов движителей на опорную поверхность подробнее.

На рисунке 15 представлены результаты расчёта среднего касательного напряжения и силы сцепления по формулам (74), (75) для колёсного, колёсно-гусеничного и гусеничного движителей при работе на слабонесущих почвогрунтах и почвогрунтах средней прочности. В расчётах общий вес машины принят равным 0,2 МН и 0,4 МН (20 и 40 т), прочие исходные данные те же, что и к рисункам 3—14.

Результаты расчётов показывают, что:

- Коэффициент буксования, соответствующий максимальному касательному напряжению по пятну контакта и максимальной силе сцепления для колёсного движителя при работе на слабонесущем почвогрунте, составляет 0,17—0,28, на почвогрунте средней прочности — 0,3—0,33. Соотношение касательного напряжения и несущей способности почвогрунта составляет 0,19—0,22, соотношение результирующего давления и несущей способности опорной поверхности находится в пределах 0,87—0,93 на слабонесущем почвогрунте и 0,68—0,87 на почвогрунте средней прочности. В зависимости от веса машины угол отклонения результирующей нагрузки от нормали к опорной поверхности составляет 12—16°.

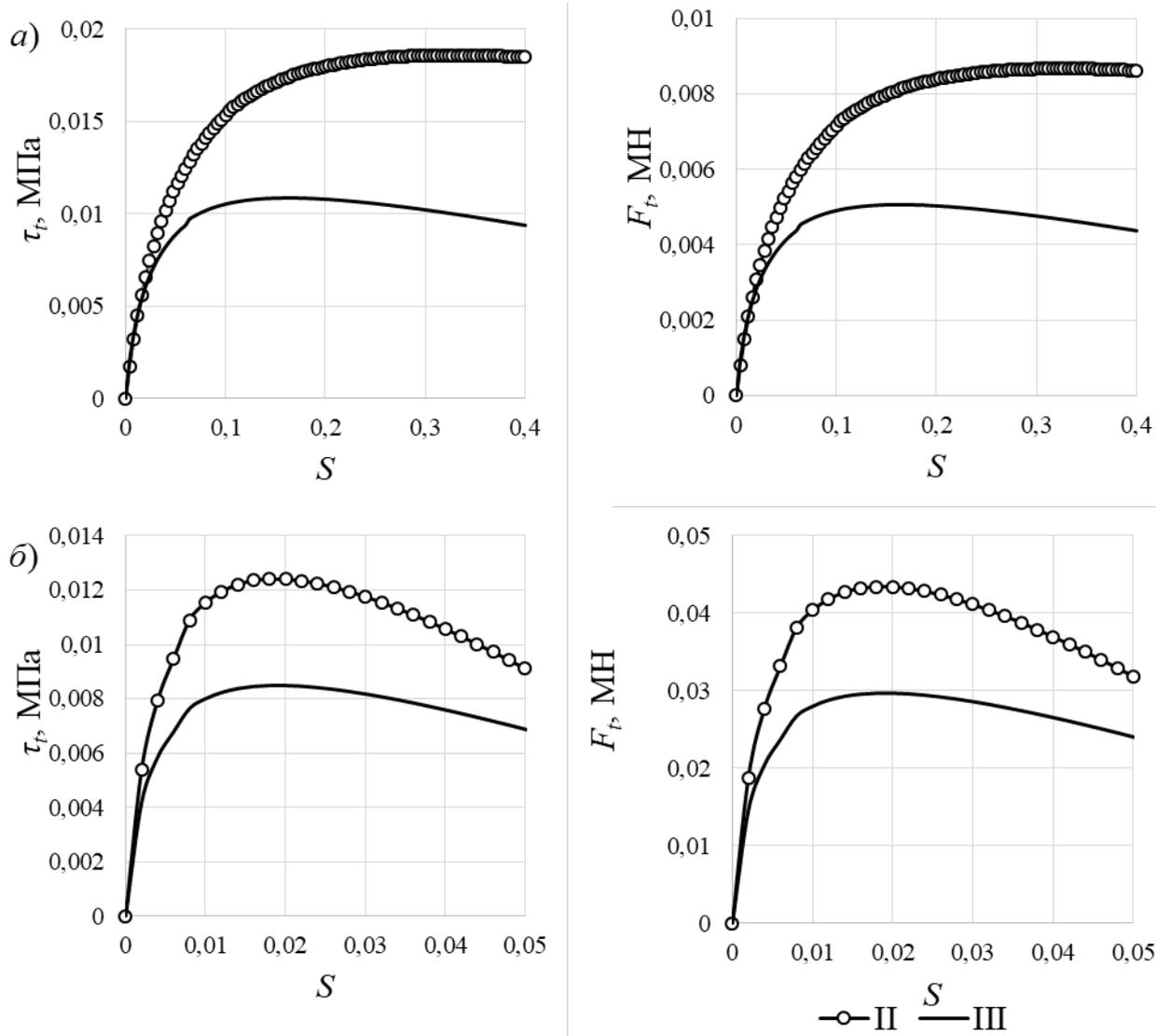


Рисунок 15. Среднее касательное напряжение и сила сцепления колёсного (а) и гусеничного движителя (в) в зависимости от коэффициента буксования (общий вес машины 0,2 МН)

Figure 15. Average shear stress and cohesion of the wheeled (a) and tracked (b) movers depending on the slip coefficient (total machine weight 0.2 MN)

- Коэффициент буксования, соответствующий максимальному касательному напряжению по пятну контакта и максимальной силе сцепления для колёсно-гусеничного движителя при работе на слабонесущем почвогрунте и почвогрунте средней прочности, составляет 0,05—0,06. Меньшие, по сравнению с колёсным движителем, значения коэффициента буксования обусловлены увеличением длины пятна контакта, при этом значение деформации сдвига, ведущей к срезу почвогрунта, сохраняется. Соотношение касательного напряжения и несущей способности почвогрунта составляет 0,17—0,21,

соотношение результирующего давления и несущей способности опорной поверхности находится в пределах 0,73—0,87 на слабонесущем почвогрунте и 0,47—0,74 на почвогрунте средней прочности. Угол отклонения результирующей нагрузки от нормали к опорной поверхности находится в пределах 16—21°.

- Коэффициент буксования, соответствующий максимальному касательному напряжению по пятну контакта и максимальной силе сцепления для гусеничного движителя при работе на слабонесущем почвогрунте и почвогрунте средней прочности, составляет 0,02—0,03. Соотношение касательного напряжения и несущей способности почвогрунта составляет 0,17—0,21, соотношение результирующего давления и несущей способности опорной поверхности находится в пределах 0,72—0,85 на слабонесущем почвогрунте и 0,44—0,72 на почвогрунте средней прочности. Угол отклонения результирующей нагрузки от нормали к опорной поверхности находится в пределах 13—23°.

Результаты расчёта сведём в таблицу 1.

Таблица 1. Результаты расчёта сцепных свойств движителей при работе на слабонесущем почвогрунте и почвогрунте средней прочности

Table 1. The results of calculating the cohesive properties of the movers when working on low-bearing soil and soil of moderate strength

Тип движителя, категория почвогрунта	S_{\max}	τ_t/p_s	p/p_s
Колёсный движитель, слабонесущий почвогрунт (III)	0,17—0,28	0,19—0,21	0,87—0,93
Колёсный движитель, почвогрунт средней прочности (II)	0,3—0,33	0,19—0,22	0,68—0,87
Колёсно-гусеничный движитель, слабонесущий почвогрунт (III)	0,05—0,06	0,19—0,2	0,73—0,87
Колёсно-гусеничный движитель, почвогрунт средней прочности (II)	0,05—0,06	0,17—0,21	0,47—0,74
Гусеничный движитель, слабонесущий почвогрунт (III)	0,02—0,03	0,19—0,2	0,72—0,85
Гусеничный движитель, почвогрунт средней прочности (II)	0,02—0,03	0,17—0,21	0,44—0,72

Соотношения давления и несущей способности, превышающие указанные пределы, приводят к снижению сцепления движителя с грунтом и, как следствие, потере проходимости.

Установленные границы изменения угла отклонения результирующей нагрузки следует учитывать при определении границ изменения данных при реализации математической модели.

Перейдём к оценке составляющих колееобразования. Как известно, образование колеи под воздействием движителя машины обусловлено несколькими составляющими:

- Воздействием нормального давления (приводит к сжатию почвогрунта, условно обратимому и необратимому).
- Касательной нагрузкой в массиве почвогрунта, возникающей при вдавливании движителя в почвогрунт (приводит к сдвигу и срезу его слоёв, в особенности — при потере почвогрунтом несущей способности).
- Касательной нагрузкой по пятну контакта, возникающей по причине буксования движителя (при сохранении подвижности машины увеличивается результирующая нагрузка на почвогрунт, при застревании движителя происходит фрезерование грунта).

Практически все математические модели взаимодействия движителя с опорной поверхностью, предложенные ранее, учитывают сжатие и возможную потерю почвогрунтом несущей способности [1], [8—11]. Также было установлено, что касательное напряжение по пятну контакта увеличивает результирующую нагрузку на опорную поверхность и снижает несущую способность грунта, при этом увеличивая толщину его деформируемого слоя по направлению суммарного внешнего воздействия [1], [8—11]. К сожалению, до настоящего времени вопросы расчёта колееобразования с учётом нормальной и касательной нагрузки проработаны не в полной мере. Известны соотношения, позволяющие качественно учесть влияние возрастающей результирующей нагрузки, но расчёт её значения проводится методом итераций (подбирается угол отклонения результирующей нагрузки от нормали к опорной поверхности) либо графоаналитически [1], [15], что усложняет реализацию и развитие подходов к моделированию взаимодействия движителей лесных машин с опорными поверхностями.

Основываясь на полученных расчётных данных, проанализируем соотношение составляющих глубины колеи, обусловленных сжатием лесного почвогрунта, сдвигом его слоёв при вдавливании различных типов движителей и касательным напряжением, возникающим по пятну контакта при буксовании движителя с сохранением подвижности машины. Фрезерование почвогрунта при потере опорной проходимости и застревании машины не рассматриваем, т. к. этот случай не приемлем ни с экологической, ни с технологической точки зрения.

Обработка результатов расчётов показала, что:

- При работе колёсного движителя на слабонесущем почвогрунте оценка составляющей глубины колеи, обусловленной сдвигом слоёв почвогрунта при вдавливании движителя, составляет 59 %; 26—37 % вызвано уплотнением почвогрунта и 4—15 % — касательным напряжением, возникающим вследствие буксования движителя (при сохранении опорной проходимости). На почвогрунте средней прочности оценка вклада сдвига почвогрунта при вдавливании движителя составляет 42—59 %, уплотнения — 23—36 %, действия касательного напряжения при буксовании — 18—22 %.

- По теоретической оценке, при работе колёсно-гусеничного движителя на слабонесущем почвогрунте 43—49 % глубины образующейся колеи обусловлено сдвигом слоёв почвогрунта при вдавливании движителя, 38—45 % вызвано уплотнением почвогрунта и 6—18 % — касательным напряжением, возникающим вследствие буксования движителя (при сохранении опорной проходимости). На почвогрунте средней прочности сдвигом при вдавливании движителя обусловлено 20—42 % глубины колеи, 36—56 % приходится на уплотнение и 22—24 % — на действие касательного напряжения при буксовании.

- При работе гусеничного движителя на слабонесущем почвогрунте оценка составляющей глубины, обусловленной сдвигом слоёв почвогрунта при вдавливании движителя, составляет 40—43 %; 41—52 % вызвано уплотнением почвогрунта и 5—19 % — касательным напряжением, возникающим вследствие буксования движителя (при сохранении опорной проходимости). На почвогрунте средней прочности сдвигом при вдавливании движителя обусловлено 15—39 % глубины колеи, 38—59 % — уплотнением почвогрунта и 23—26 % — касательным напряжением при буксовании.

Результаты оценки составляющих глубины колеи, обусловленных сдвигом слоёв почвогрунта при вдавливании движителя ω_{ps-p} , уплотнением ω_c , и действием касательного напряжения при буксовании ω_t , сведём в таблицу 2.

Таблица 2. Результаты расчёта составляющих глубины колеи с учётом буксования движителя

Table 2. The results of calculating the components of the rut depth, taking into account slipping of the mover

Тип движителя, категория почвогрунта	ω_t , %	ω_{ps-p} , %	ω_c , %
Колёсный движитель, слабонесущий почвогрунт (III)	4—15	59	26—37
Колёсный движитель, почвогрунт средней прочности (II)	18—22	42—59	23—36
Колёсно-гусеничный движитель, слабонесущий почвогрунт (III)	6—18	43—49	38—45
Колёсно-гусеничный движитель, почвогрунт средней прочности (II)	22—24	20—42	36—56
Гусеничный движитель, слабонесущий почвогрунт (III)	5—19	40—43	41—52
Гусеничный движитель, почвогрунт средней прочности (II)	23—26	15—39	38—59

Усреднённые данные представим на рисунках 16, 17.

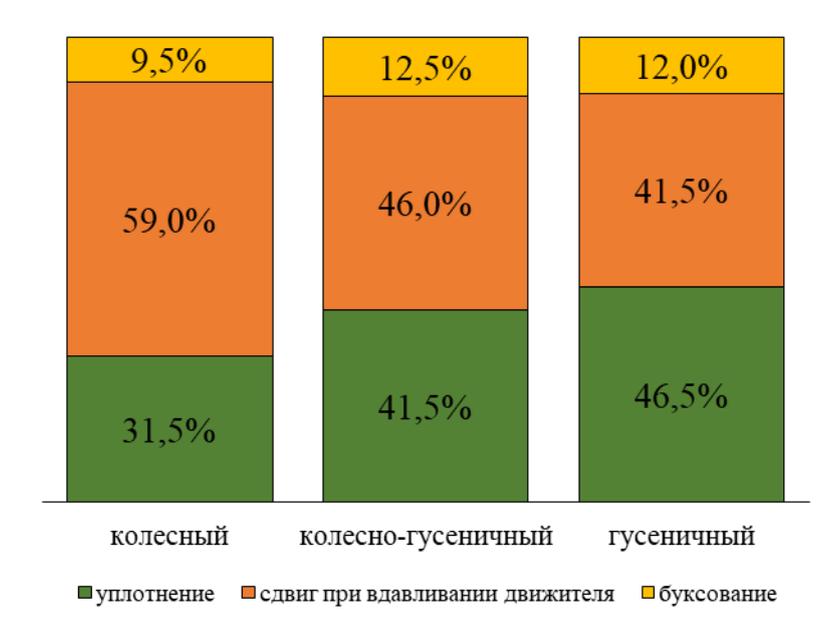


Рисунок 16. Оценка влияния уплотнения, сдвига слоёв почвогрунта при вдавливании движителя и буксования движителя при сохранении опорной проходимости на глубину образующейся колеи (слабонесущий лесной почвогрунт)

Figure 16. Assessment of the effect of compaction and displacement of soil layers by the mover pressure and slip on the rut depth (weak forest soil)

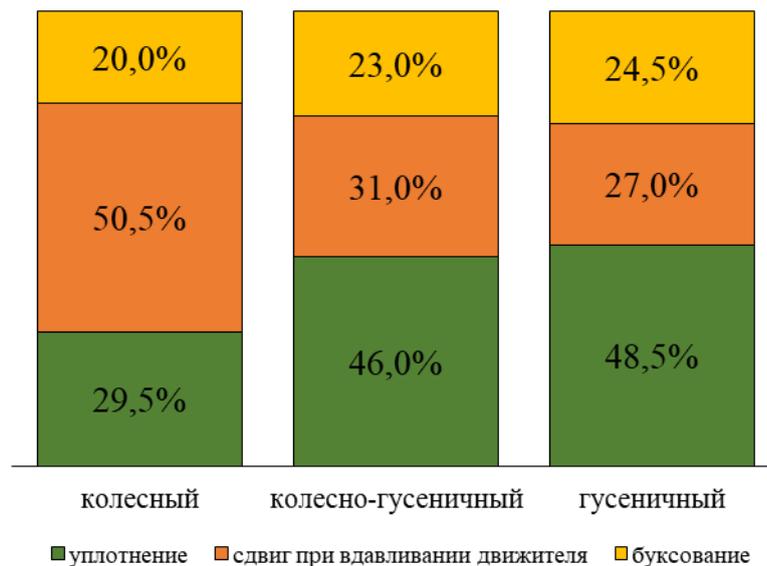


Рисунок 17. Оценка влияния уплотнения, сдвига слоёв почвогрунта при вдавливании движителя и буксования движителя при сохранении опорной проходимости на глубину образующейся колеи (лесной почвогрунт средней прочности)

Figure 17. Assessment of the effect of compaction and displacement of soil layers of the mover pressure and slip on the rut depth (forest soil of moderate strength)

Далее проведём оценку силы сопротивления повороту движителя. Результаты расчётов представим графиками на рисунке 18.

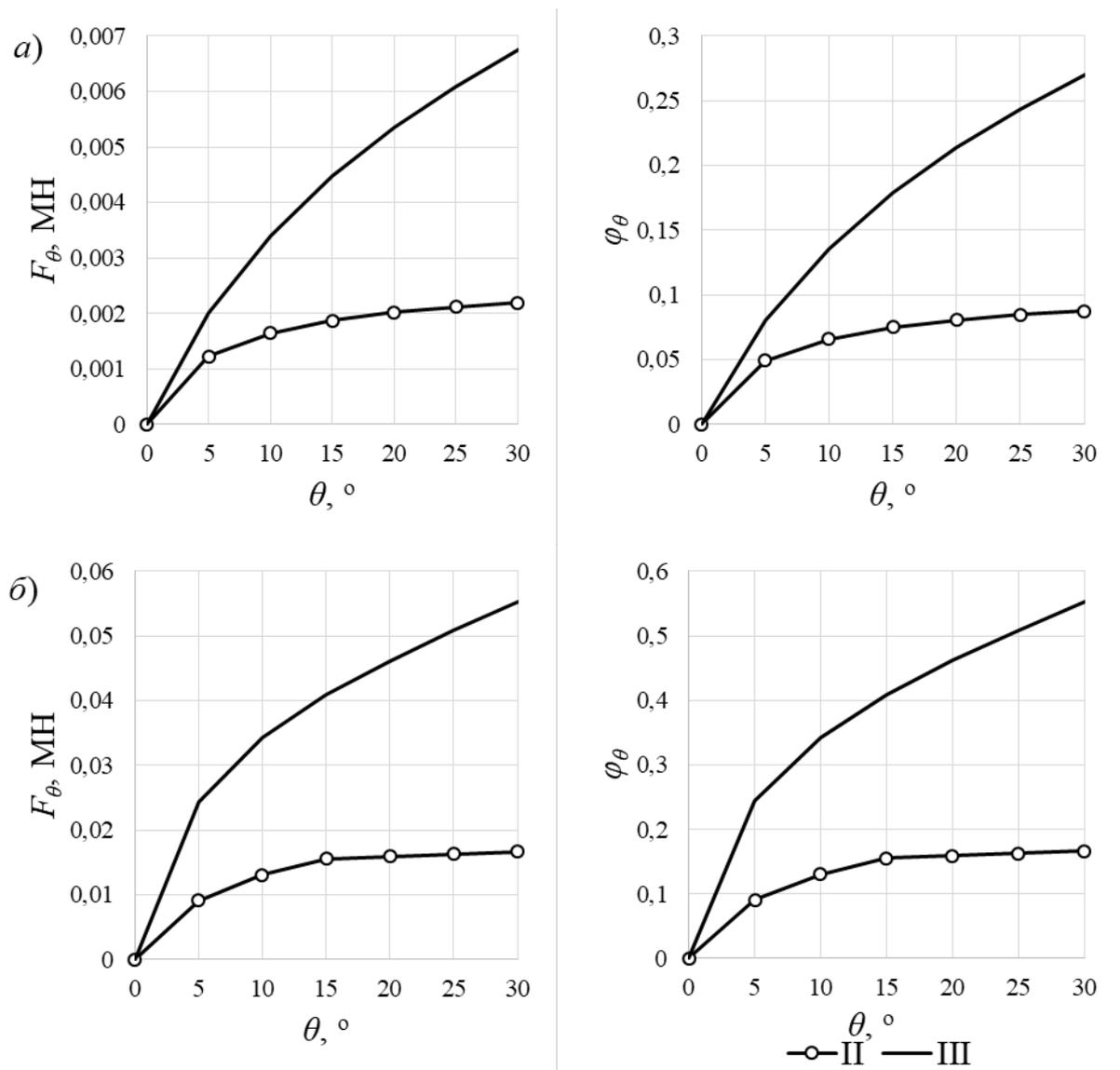


Рисунок 18. Сила и коэффициент сопротивления повороту колёсного (а) и гусеничного (б) движителя (общий вес машины 0,2 МН)

Figure 18. Force and coefficient of resistance to turning of wheeled (a) and tracked (b) movers (total weight of the machine 0.2 MN)

Результаты расчётов показывают:

- Коэффициент сопротивления повороту колёсно-гусеничного и гусеничного движителя выше, чем колёсного. Это объясняется большей площадью боковины колеи, образующейся под воздействием колёсно-гусеничного и гусеничного движителей, увеличивающей работу боковой деформации грунта.
- На слабонесущем лесном почвогрунте при угле поворота в пределах 30° коэффициент сопротивления повороту колёсно-гусеничного и гусеничного движителя достигает 0,36,

гусеничного движителя — 0,51, при этом для колёсного движителя коэффициент находится в пределах 0,2.

- При повороте движителя на почвогрунте средней прочности коэффициент сопротивления для колёсно-гусеничного движителя достигает 0,21, гусеничного — 0,26, колёсного — 0,16.

- Зависимость коэффициента сопротивления повороту от угла поворота движителя нелинейна, причём увеличение коэффициента сопротивления при росте угла поворота имеет тенденцию к затуханию. Объясняется это обстоятельство потерей несущей способности боковины колеи при увеличении деформации, вызванной поворотом движителя.

Результаты расчёта представлены в таблице 3.

Таблица 3. Коэффициент сопротивления повороту движителя в зависимости от типа движителя и угла поворота

Table 3. Coefficient of turning resistance of the mover depending on the type of the mover and angle of the turn

$\theta, ^\circ$	Слабонесущий почвогрунт			Почвогрунт средней прочности		
	колёсный	колёсно-гусеничный	гусеничный	колёсный	колёсно-гусеничный	гусеничный
5	0,06—0,08	0,12—0,16	0,18—0,24	0,05—0,07	0,07—0,13	0,09—0,18
10	0,1—0,14	0,19—0,24	0,26—0,34	0,07—0,11	0,1—0,17	0,13—0,22
15	0,14—0,18	0,24—0,29	0,32—0,41	0,07—0,13	0,12—0,19	0,16—0,24
20	0,16—0,21	0,28—0,33	0,36—0,46	0,08—0,15	0,13—0,2	0,16—0,25
25	0,18—0,24	0,31—0,36	0,39—0,51	0,08—0,16	0,13—0,21	0,16—0,26
> 30	0,2—0,27	0,34—0,39	0,42—0,55	0,09—0,17	0,13—0,21	0,17—0,27

Как показали результаты выполненных расчётов, отклонение угла нагрузки от нормали к опорной поверхности заметно сказывается на возникающих напряжениях в контакте движителя с опорной поверхностью, как следствие, изменяются и её деформации. Продолжим теоретическое исследование, рассмотрев осадку движителя с учётом угла приложения результирующей нагрузки. Такой подход позволит учесть как буксование и поворот, так и наклон опорной поверхности при определении глубины колеи, а также жёсткости системы «движитель — опорная поверхность». Выражения для жёсткости используются при разработке и расчёте схем динамики движения машин на местности.

Проведем расчёт осадки опорной поверхности в виде лесного почвогрунта под воздействием движителя (глубины колеи) при варьировании входных параметров математической модели в пределах, указанных в таблице 4.

Таблица 4. Интервалы варьирования факторов при проведении вычислительного эксперимента по изучению осадки опорной поверхности под воздействием движителя

Table 4. Intervals of variation of factors for the computational experiment

Параметры	Колёсный	Колёсно-гусеничный	Гусеничный
d , м	1,2—1,8		—
p_w , МПа	0,15—0,55		—
H_T , м	0,3—0,75B		—
L_T , м	—	—	4—7
B , м	0,4—0,8		—
G_w , МН	0,005—0,055		—
β , °	0—40		—
E , МПа	0,4—3,0		—

Помимо осадки опорной поверхности h определяли конусный индекс CI по формуле [8]:

$$CI = -C \operatorname{ctg} \varphi + \Theta \cdot \frac{24G^m (\operatorname{tg} \alpha + \operatorname{tg} \varphi)(1 + \sin \varphi) \operatorname{tg} \alpha}{d^2 \gamma^2 (m-2)(m-3)(3 - \sin \varphi) \operatorname{tg}^3 \varphi},$$

$$\Theta = \{C + (Z + l) \cdot \gamma \tan \varphi\}^{3-m} - \{C + Z \cdot \gamma \tan \varphi\}^{2-m} \cdot \{C + (Z + 3l - lm) \cdot \gamma \tan \varphi\}$$

$$m = \frac{4 \sin \varphi}{3(1 + \sin \varphi)}$$
(102)

при стандартных параметрах зонда α , Z , l , d [8] и несущую способность q_s при $h = 0$ по формулам (60). Также вычисляли давление движителя на жёсткую опорную поверхность по уравнению (43) и номинальное давление движителя на грунт NGP (*nominal ground pressure*) для колёсного движителя:

$$NGP = \frac{2G_w}{Bd}. \tag{103}$$

В ходе обработки результатов вычислений установлено, что осадка опорной поверхности, представленной связными и несвязными неорганическими грунтами, заболоченным грунтом и лесным почвогрунтом, связана с входными параметрами, а также производными от них величинами давления, степенными зависимостями вида:

$$h = a_0 x_1^{a_1} x_2^{a_2} \dots x_n^{a_n}, \tag{104}$$

где $I = 1 \dots n$, порядковый номер, a_i — показатели степени факторов, x_i — факторы, относящиеся к характеристикам движителя, грунта и давления на грунт.

Значения коэффициентов функций вида (104) представлены в таблице 5.

Таблица 5. Коэффициенты функций для оценки осадки лесного почвогрунта под воздействием колёсного движителя

Table 5. Coefficients of functions for assessing the forest soil setting under the influence of a wheeled mover

Множ. a_0	Показатель степени при факторе										
	E	p_{s0}	CI	β	B	d	p_w	G_w	NGP	q	q_0
2,442	-1,978			0,146	-2,481	-0,560	0,203	1,576			
-2,654		-2,170		0,138	-1,998	-0,673	0,252	1,442			
0,219			-2,761	0,148	-2,484	-0,562	0,201	1,574			
1,350	-1,978			0,146	-0,905	1,016	0,203		1,576		
-3,654		-2,170		0,138	-0,555	0,769	0,252		1,442		
-0,872			-2,761	0,148	-0,910	1,013	0,201		1,574		
3,462	-2,714			0,205	-0,580	0,394				2,564	
-3,532		-2,931		0,191	-0,134	0,126				2,309	
0,410			-3,784	0,207	-0,587	0,391				2,559	
2,411	-1,548			0,085	-0,349						2,300
-1,745		-1,814		0,089							2,214
0,670			-2,159	0,087	-0,353						2,297
-0,969	0,298					0,235			0,601		
-0,182	0,332					0,272			0,618		
-0,635	0,415					0,235			0,601		
-0,434	0,307						-0,418				1,168
0,392		0,340					-0,445				1,206
-0,089			0,429				-0,418				1,168

Кроме того, по результатам обработки полученных расчётных данных установлена связь физико-механических свойств опорной поверхности, параметров колёсного движителя с его средним давлением на деформируемый грунт:

$$q = 1,38B^{-0,782} d^{-0,287} p_w^{0,120} G_w^{0,588} p_{S,ref}^{0,423}, \quad (105)$$

где $p_{S,ref}$ — условное значение несущей способности, рассчитанное по формулам (60) при $h = 0, b = B, l = d/2, \beta = 0$.

Также выявлены связи q, NGP и q_0 :

$$q = 0,918B^{-0,193} d^{0,301} p_w^{0,120} p_{S,ref}^{0,423} NGP^{0,588}, \quad (106)$$

$$q = 1,337 p_w^{-0,401} p_{S,ref}^{0,422} q_0^{1,09}. \quad (107)$$

Анализ выявленных зависимостей показывает:

- Расчётное значение давления колёсного движителя на жёсткое основание выше номинального давления на грунт на 0,033—0,048 МПа; в процентном отношении различие достигает 76 %.
- Расчётное значение давления колёсного движителя на почвогрунт средней прочности отличается от номинального давления на грунт на 0,011—0,016 МПа, как в большую, так и в меньшую сторону; в процентном отношении различие достигает 64 %.
- Расчётное значение давления колёсного движителя на слабонесущий почвогрунт ниже номинального давления на величину до 0,042 МПа; в процентном отношении различие достигает 64 %. Завышенная оценка номинального давления объясняется снижением среднего давления за счёт возрастающей длины пятна контакта на слабых почвогрунтах, не учитывающейся при расчёте номинального давления.

4. Заключение

Проведена модернизация методики расчёта показателей взаимодействия движителей и опорных поверхностей при прямо- и криволинейном движении лесных машин. Предлагаемая математическая модель взаимодействия движителей лесных машин со слабонесущими опорными поверхностями позволяет рассчитать глубину колеи, уплотнение опорной поверхности, результирующее и среднее давление движителя на опорную поверхность, силу сопротивления грунта поступательному движению и повороту движителя, максимально возможную силу сцепления движителя с опорной поверхностью и соответствующий её значению коэффициент буксования, фактически требуемую силу сцепления и коэффициент буксования, угол отклонения результирующей нагрузки от нормали к опорной поверхности, связанный с её наклоном, действием касательных напряжений при буксовании и повороте движителя. На основе расчётных данных определяются коэффициенты сопротивления поступательному движению, повороту, максимального сцепления, тяги, по которым даётся комплексная оценка проходимости машины, рассчитывается требуемая мощность двигателя.

Модель учитывает параметры опорной поверхности (определяются типом, состоянием и принятой реологической моделью поверхности, включают модуль общей деформации и длительный модуль деформации, вязкость, удельное сцепление, угол внутреннего трения, модуль сдвига, удельный вес, толщину деформируемого слоя, угол наклона, для снега — плотность; итого до 10 переменных), движителя (приведённая нагрузка, угол поворота, требуемая скорость, число последовательных проходов по следу, ширина, шаг грунтозацепов; для колёсного движителя дополнительно — диаметр колеса, давление в шине, высота шины, для колёсно-гусеничного дополнительным параметром является межосевое расстояние; для гусеничного движителя — длина горизонтальной проекции гусеницы на опорную поверхность; итого до 10 переменных). Для заданных условий определяются жёсткость опорной поверхности и, в зависимости от параметров движителя, её несущая способность.

В результате выполненных расчётов получены оценки влияния параметров движителей и свойств опорных поверхностей на показатели колееобразования, уплотнения, тягово-сцепные свойства и параметры проходимости лесных машин в условиях слабонесущих опорных поверхностей.

Раскрыты зависимости деформаций боковин колеи и сопротивления грунта повороту движителя, учитывающие снижение сцепных свойств грунта при развитии сдвиговых деформаций.

В результате обработки полученных расчётных данных разработаны упрощённые зависимости жёсткости опорной поверхности, находящейся под воздействием движителя лесной машины, в виде степенных функций. Полученные результаты могут использоваться при расчёте динамики движения лесных машин на местности, уточняя традиционные линейные зависимости [8]. Полагаем, что вопрос требует дальнейших исследований.

Кроме того, уточнённая методика расчёта позволяет определить коэффициент тяги движителя, в т. ч. с учётом поворота, следовательно, результаты развивают базу исследований в области профильной проходимости техники. На основе полученных результатов возможна оценка высоты порогового препятствия, которое способен преодолеть движитель лесной машины. При наличии информации о распределении дискретных препятствий, таких как пни, камни и корни деревьев, результаты исследования позволят прогнозировать проходимость техники на основе вероятностных подходов.

Важно отметить, что представленные модели в рамках единого подхода позволяют отразить характер деформирования упрочняющейся (сигмоиды) [13] и не упрочняющейся (степенные функции) опорной поверхности. Предлагаемые модели учитывают не только изменение физико-механических свойств опорных поверхностей, но и изменение толщины деформируемого слоя грунта. Наличие уплотнённого ядра грунта приводит к снижению абсолютного значения сдвиговой деформации, это способствует срезу опорной поверхности. Считаем перспективным проведение отдельных исследований по изучению взаимосвязей конструкции грунтозацепов и протекторов шин с тягово-сцепными свойствами движителя.

Список литературы

1. *Агейкин Я. С.* Проходимость автомобилей. М.: Машиностроение, 1981. 232 с.
2. *Лепилин Д. В.* Оценка влияния поворотов трелёвочного трактора на уплотнение почвогрунтов лесосеки: автореф. дис. ... канд. техн. наук: 05.21.01. Петрозаводск, 2011. 22 с.
3. *Хахина А. М.* Оценка влияния режима работы лесных машин на уплотнение почвогрунта в боковых полосах трасс движения: дис. ... канд. техн. наук: 05.21.01. СПб., 2013. 180 с.
4. *Калистратов А. В.* Моделирование циклического уплотнения в задачах снижения негативного воздействия лесных машин на почвогрунт: дис. ... канд. техн. наук: 05.21.01. СПб., 2015. 160 с.
5. *Божбов В. Е.* Повышение эффективности процесса трелёвки путём обоснования рейсовой нагрузки форвардеров: автореф. дис. ... канд. техн. наук: 05.21.01. Архангельск, 2015. 20 с.

6. Хитров Е. Г. Повышение эффективности трелёвки обоснованием показателей работы лесных машин при оперативном контроле свойств почвогрунта: дис. ... канд. техн. наук: 05.21.01. СПб., 2015. 153 с.
7. Устинов В. В. Оценка тягово-сцепных свойств колёсных движителей лесных машин методами теории движения автотранспорта по бездорожью: автореф. дис. ... канд. техн. наук: 05.21.01. Архангельск, 2016. 20 с.
8. Хахина А. М. Методы прогнозирования и повышения проходимости колёсных лесных машин: дис. ... д-ра техн. наук: 05.21.01. СПб., 2018. 318 с.
9. Дмитриева М. Н. Моделирование взаимодействия колёсного движителя малогабаритных лесных машин со слабонесущим грунтом: дис. ... канд. техн. наук: 05.21.01. Воронеж, 2018. 129 с.
10. Лухминский В. А. Совершенствование моделей и методов прогнозирования проходимости гусеничных лесных машин: дис. ... канд. техн. наук: 05.21.01. СПб., 2018. 179 с.
11. Песков В. Б. Совершенствование моделей для оценки колееобразования и уплотнения почвогрунтов под воздействием движителей колёсных лесных машин: дис. ... канд. техн. наук: 05.21.01. СПб., 2018. 190 с.
12. Хитров Е. Г., Тарадин Г. С., Андронов А. В. [и др.]. Теоретическое исследование глубины колеи и уплотнения снега под воздействием движителя лесной машины // Известия Санкт-Петербургской лесотехнической академии. 2019. № 227. С. 236—248.
13. Khitrov E. G., Andronov A. V. Mathematical model of interaction between forest machine mover and consolidating soil // Journal of Physics: Conference Series. 2019. P. 012—030.
14. Бленд Д. Теория линейной вязко-упругости. М.: Мир, 1965. 200 с.
15. Ларин В. В. Методы прогнозирования опорной проходимости многоосных колёсных машин на местности: дис. ... д-ра техн. наук: 05.05.03. М., 2007. 530 с.
16. Khitrov E. G., Andronov A. V. Bearing floatation of forest machines (theoretical calculation) // IOP Conf. Series: Materials Science and Engineering. 2019. № 695. P. 012—020. DOI: 10.1088/1757-899X/695/1/012020.
17. He R., Sandu C., Khan A. K., Guthrie A. G., Schalk Els P., Hamersma H. A. Review of terramechanics models and their applicability to real-time applications // Journal of Terramechanics. 2019. Vol. 81. P. 3—22.

References

1. Ageikin Ia. S. *Passability of cars*. Moscow, Mashinostroenie, 1981. 232 p. (In Russ.)
2. Lepilin D. V. *Assessment of the influence of the turns of the skidder on the compaction of soil in the cutting area*. Diss. kand. tehn. nauk. Petrozavodsk, 2011. 22 p. (In Russ.)
3. Khakhina A. M. *Assessment of the influence of the operating mode of forest machines on soil compaction in the side lanes of traffic routes*. Diss. kand. tehn. nauk. St. Petersburg, 2013. 180 p. (In Russ.)
4. Kalistratov A. V. *Modeling of cyclic compaction in the tasks of reducing the negative impact of forest machines on the soil*. Diss. kand. tehn. nauk. St. Petersburg, 2015. 160 p. (In Russ.)
5. Bozhbov V. E. *Improving the efficiency of the skidding process by justifying the voyage load of forwarders*. Diss. kand. tehn. nauk. Arkhangelsk, 2015. 20 p. (In Russ.)
6. Khitrov E. G. *Improving the efficiency of skidding by justifying the performance of forest machines during the operational control of soil properties*. Diss. kand. tehn. nauk. St. Petersburg, 2015. 153 p. (In Russ.)
7. Ustinov V. V. *Assessment of the traction and coupling properties of wheel propellers of forest machines by methods of the theory of off-road vehicle movement*. Diss. kand. tehn. nauk. Arkhangelsk, 2016. 20 p. (In Russ.)

8. Khakhina A. M. *Methods for forecasting and increasing the patency of wheeled forest machines*. Diss. dokt. tehn. nauk. St. Petersburg, 2018. 318 p. (In Russ.)
9. Dmitrieva M. N. *Modeling the interaction of a wheel propeller of small-sized forestry machines with weak soil*. Diss. kand. tehn. nauk. Voronezh, 2018. 129 p. (In Russ.)
10. Lukhminskii V. A. *Improvement of models and methods for predicting the patency of tracked forest machines*. Diss. kand. tehn. nauk. St. Petersburg, 2018. 179 p. (In Russ.)
11. Peskov V. B. *Improving models for assessing rutting and compaction of soil under the influence of propellers of wheeled forest machines*. Diss. kand. tehn. nauk. St. Petersburg, 2018. 190 p. (In Russ.)
12. Khitrov E. G., Taradin G. S., Andronov A. V. [i dr]. Theoretical study of the depth of the track and compaction of snow under the influence of the propeller of the forest machine. *Izvestiia Sankt-Peterburgskoi lesotekhnicheskoi akademii*, 2019, no. 227, pp. 236—248. (In Russ.)
13. Khitrov E. G., Andronov A. V. Mathematical model of interaction between forest machine mover and consolidating soil. *Journal of Physics: Conference Series*, 2019, pp. 012—030.
14. Blend D. *Theory of linear visco-elasticity*. Moscow, Mir, 1965. 200 p. (In Russ.)
15. Larin V. V. *Methods for predicting the support passability of multi-axle wheeled vehicles on the ground*. Diss. dokt. tehn. nauk. Moscow, 2007. 530 p. (In Russ.)
16. Khitrov E. G., Andronov A. V. Bearing floatation of forest machines (theoretical calculation). *IOP Conf. Series: Materials Science and Engineering*, 2019, no. 695, pp. 012—020. doi: 10.1088/1757-899X/695/1/012020.
17. He R., Sandu C., Khan A. K., Guthrie A. G., Schalk Els P., Hamersma H. A. Review of terramechanics models and their applicability to real-time applications. *Journal of Terramechanics*, 2019, vol. 81, pp. 3—22.