

УДК 674*02

DOI: 10.15393/j2.art.2022.6403

Статья

Математическое описание процесса движения сыпучего материала в горизонтальных барабанах непрерывного действия

Ильюшенко Дмитрий Александрович

кандидат технических наук, доцент, Санкт-Петербургский государственный лесотехнический университет им. С. М. Кирова (Российская Федерация), diliium@yandex.ru

Локштанов Борис Моисеевич

кандидат технических наук, доцент, Военная академия связи им. Маршала Советского Союза С. М. Будённого (Российская Федерация), blokshtanov@mail.ru

Орлов Виталий Владимирович

кандидат технических наук, Военная академия связи им. Маршала Советского Союза С. М. Будённого (Российская Федерация), artictvetal1987@gmail.com

Куницкая Ольга Анатольевна

доктор технических наук, профессор, Арктический государственный агротехнологический университет (Российская Федерация), ola.ola07@mail.ru

Пелюхов Роман Владимирович

преподаватель, Военная академия связи им. Маршала Советского Союза С. М. Будённого (Российская Федерация), sosиска007@rambler.ru

Швецова Виктория Викторовна

кандидат технических наук, доцент, Санкт-Петербургский государственный архитектурно-строительный университет (Российская Федерация), vikt.schvetzova2012@yandex.ru

Получена: 28 апреля 2022 / Принята: 16 сентября 2022 / Опубликовано: 21 сентября 2022

Аннотация: В статье рассмотрен процесс перемещения единичной частицы, находящейся в сыпучей среде, которой частично заполнен горизонтально распложенный вращающийся барабан непрерывного действия. Учитывая, что степень заполнения сыпучего материала в барабане (сегмент заполнения) на входе в барабан больше степени заполнения материала на выходе из барабана, образуется наклонная плоскость из сыпучего материала, благодаря которой происходит

перемещение частицы вдоль продольной оси барабана. Приведено математическое описание процесса движения частицы сыпучего материала в горизонтальном вращающемся барабане. Установлено, что процесс движения частицы пульсирующий и описывается уравнением подъёма частицы по окружности (по цилиндру) вместе с сегментом заполнения и уравнением движения частицы по плоскости обрушения. Установлено, что за один цикл обрушения частица перемещается вдоль оси барабана по поверхности плоскости обрушения на величину следующего сечения, в котором степень заполнения будет меньше и начало координат движения частицы изменится. Параметры плоскости обрушения зависят от свойств материала (динамического угла обрушения), степени заполнения барабана материалом на входе и выходе, длины барабана. Математически описана пространственная линия обрушения частицы, находящейся на поверхности плоскости обрушения. В статье представлены формулы, описывающие траектории движения частицы сыпучего материала в барабане, и приведены рисунки, наглядно демонстрирующие эти траектории. На основе математического описания процесса и расчётов обосновано оптимальное заполнение барабана сыпучим материалом и предложены конструкции барабанов, поддерживающие оптимальные условия обработки сыпучего материала.

Ключевые слова: барабан, сыпучий материал, угол динамического откоса, линия обрушения

DOI: 10.15393/j2.art.2022.6403

Article

Mathematical description of the process of bulk material movement in horizontal continuous drums

Dmitrij Il'yushenko

Candidate of Technical Sciences, Associate Professor, St. Petersburg State Forest Engineering University named after S. M. Kirov (Russian Federation), dilium@yandex.ru

Boris Lokshtanov

Candidate of Technical Sciences, Associate Professor, Military Academy of Communications named after Marshal of the Soviet Union S. M. Budyonny (Russian Federation), blokshtanov@mail.ru

Vitalij Orlov

Candidate of Technical Sciences, Military Academy of Communications named after Marshal of the Soviet Union S. M. Budyonny (Russian Federation), artictvetal1987@gmail.com

Olga Kunickaya

Doctor of Technical Sciences, Professor, Arctic State Agrotechnological University (Russian Federation), ola.ola07@mail.ru

Roman Pelyukhov

Educator, Military Academy of Communications named after Marshal of the Soviet Union S. M. Budyonny (Russian Federation), cocucka007@rambler.ru

Viktoriya Shvecova

Candidate of Technical Sciences, Saint Petersburg State University of Architecture and Civil Engineering (Russian Federation), vikt.schvetzova2012@yandex.ru

Received: 28 April 2022 / Accepted: 16 September 2022 / Published: 21 September 2022

Abstract: The article considers the process of moving a single particle in a bulk medium, which partially fills a horizontally placed rotating drum of continuous action. As the degree of the bulk material filling in the drum (filling segment) at the inlet to the drum is greater than that at the outlet of the drum, an inclined plane of bulk material is formed, through which the particle moves along the longitudinal axis of the drum. The mathematical description of the process of the bulk material particles moving in a horizontal rotating drum is given. It is established that the process of motion of a particle is pulsating. The process is described by the equation of a particle rise along a circle (along the cylinder) together with the filling segment and by the equation of a particle

motion along a rupture plane. It is found that during one period of rupture the particle moves along the drum axis along the surface of the rupture plane by the value of the next section, in which the degree of filling will decrease and the origin of coordinates of particle motion will change. Parameters of the rupture plane depend on material properties (dynamic rupture angle), on degree of the drum filling with the material at the inlet and outlet, on the length of the drum. The spatial line of a particle rupture located on the surface of the rupture plane is described mathematically. In the article the formulas describe the trajectories of the bulk material particles movement in the drum and the drawings visually demonstrate these trajectories. Mathematical description of the process and calculations justify the optimal filling of the drum with bulk material. The authors propose the design of the drums to ensure optimal conditions for bulk material treatment. The research was performed within the framework of the scientific school «Innovative developments in the field of logging industry and forestry».

Keywords: drum, loose material, dynamic slope angle, rupture line

1. Введение

Горизонтально расположенный барабан для обработки сыпучих веществ (сушка, измельчение, смешивание, сортирование и т. д.) обычно заполняют на 0,2—0,8 его объёма (сегмента заполнения в его сечении). Использование барабанных установок достаточно широко распространено в различных отраслях — пищевой, дорожной, горнорудной и др. [1], [2]. В лесном хозяйстве барабанные установки используются для обработки семян [3], [4], в лесной промышленности — в технологических процессах древесно-подготовительных цехов [5].

При вращении барабана сегмент поворачивается на определённый угол, обусловленный углом трения скольжения материала, который зависит от свойств самого сыпучего материала [6], [7].

Если сыпучий материал достаточно сцеплён с внутренней поверхностью барабана, то происходит обрушение свободного поверхностного слоя сегмента [8]. В связи с тем, что сыпучий материал постоянно поступает в барабан и выходит из барабана, то степень заполнения барабана на входе больше, чем на выходе, за счёт чего происходит некоторый сдвиг свободной поверхности сегмента обрушения к выходу барабана (по плоскости обрушения).

2. Материалы и методы

Задача заключается в том, чтобы математически описать движение сыпучего материала в горизонтально расположенном вращающемся барабане.

Так как степень загрузки и выгрузки сыпучего материала в барабане различна, то плоскость, по которой происходит обрушение, наклонена к горизонтальной оси барабана под некоторым углом γ , т. е. имеет место пересечение наклонной плоскости с горизонтальным цилиндром. Интерес представляют хорда сегмента заполнения и её размеры, т. к. этот показатель характеризует некоторые процессы при обрушении материала (перемешивание, сушка и т. д.). Наибольшая хорда у сегмента, расположенного при заполнении барабана на 0,5, т. е. хорда равна диаметру цилиндра (барабана).

В некоторых случаях желательно иметь степень заполнения барабана на 0,5 по всей его длине. Один из вариантов решения этой задачи — сделать барабан многосекционным, а ось каждой секции смещать по вертикали на величину h , которую можно рассчитать по формуле [9], [10]

$$h = l \cdot \tan \gamma,$$

где l — длина секции каскадного барабана.

3. Результаты

Так как обрушение сыпучего материала определяет процессы, происходящие с материалом, рассмотрим траекторию движения центра тяжести единичного материала и сделаем некоторые допущения. Считаем, что сыпучий материал перемещается по плоскости, наклонённой к горизонту под углом динамического откоса β , а к оси барабана — под углом γ . Угол динамического откоса зависит от размеров частиц материала, их формы, состояния (влажности), коэффициента внутреннего трения материала и т. д. Некоторые величины угла динамического откоса β (в движении) и естественного откоса (в покое) для различных материалов приведены в таблице. Примем, что угол динамического откоса β данного сыпучего материала в барабане постоянен, а обрушение происходит по прямой линии по свободной поверхности сегмента заполнения.

Таблица. Угол динамического и естественного откоса некоторых сыпучих материалов

Table. Angle of dynamic and natural slope of some bulk materials

Материал	Угол естественного откоса, град.	
	в покое	в движении
Каменный уголь	27—45	20—40
Кокс	30—35	27—31
Известняк	37,5—51,5	35—40
Гравий	30,5—45	28—39
Торф сухой	45—50	39—45
Песок строительный	37—44	34—37
Щепа технологическая	43—47	39—41
Опилки сухие	45—50	39—45
Кора измельчённая	43—47	40—44
Рис и др.	26—30	25—26

Уравнение цилиндра (барабана), показанного на рисунке 1, имеет вид:

$$x^2 + (z - R)^2 = R^2, \quad (1)$$

а уравнение плоскости обрушения сыпучего материала в общем виде будет:

$$ax + by - cz + d = 0. \quad (2)$$

Так как проекция вектора нормали \vec{n} (a, b, c) плоскости обрушения на оси X, Y, Z должна удовлетворять условию $a^2 + b^2 + c^2 = 1$, найдём a, b, c . Из условия, что угол наклона плоскости обрушения с плоскостью $z = 0$ равен β , а угол наклона плоскости обрушения с осью цилиндра равен γ , имеем $\vec{n} \cdot \vec{c} = c \cdot \cos \beta$, $\vec{n} \cdot \vec{r} = r \cdot \sin \gamma$, значит,

$$a = \sqrt{1 - e^2 - c^2} = \sqrt{\sin^2 \beta - \sin^2 \gamma}. \quad (3)$$

Рассмотрим пересечение плоскости обрушения с плоскостью $y = 0$ (рисунок 2). Уравнение этого пересечения будет:

$$ax - cz + d = 0. \quad (4)$$

Значит, $|x_0| = \frac{d}{a}$, $|z_0| = \frac{d}{c}$, очевидно, что $\cos \alpha = \frac{\Delta}{R}$, $\Delta = (R - z_0) \cos \xi$, отсюда получим:

$$\cos \xi = \frac{x_0}{\sqrt{x_0^2 + z^2}} = \frac{d}{d \cdot a \sqrt{\frac{d^2}{a^2} + \frac{d^2}{c^2}}} = \frac{\cos \beta}{\cos \gamma},$$

где ξ — проекция угла динамического откоса β на вертикальную плоскость, перпендикулярную оси барабана, тогда $\Delta = \left(R - \frac{d}{\cos \beta} \right) \frac{\cos \beta}{\cos \gamma}$.

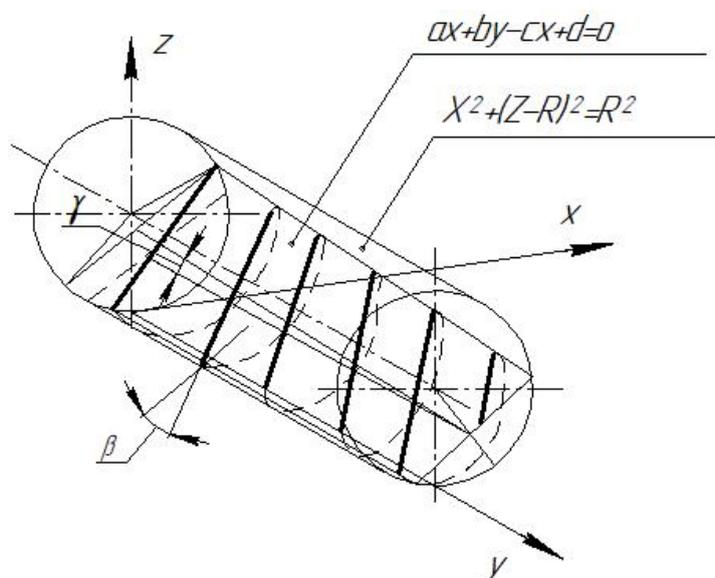


Рисунок 1. Траектория движения центра тяжести сыпучей частицы, находящейся на поверхности сегмента заполнения при вращении барабана

Figure 1. Trajectory of the center of gravity of the bulk particle located on the surface of the filling segment during the rotation of the drum

Теперь можно определить $\cos \alpha_k$, где α_k — половина центрального угла сегмента заполнения в k -м сечении:

$$\cos \alpha_k = \left(1 - \frac{d + \sin \gamma \cdot y_k}{\cos \beta \cdot R} \right) \frac{\cos \beta}{\cos \gamma}. \quad (5)$$

Отсюда находим параметры d в сечении барабана $y = 0$, т. е. на входе сыпучего материала в барабан:

$$d = R(\cos \beta - \cos \alpha \cdot \cos \gamma). \quad (6)$$

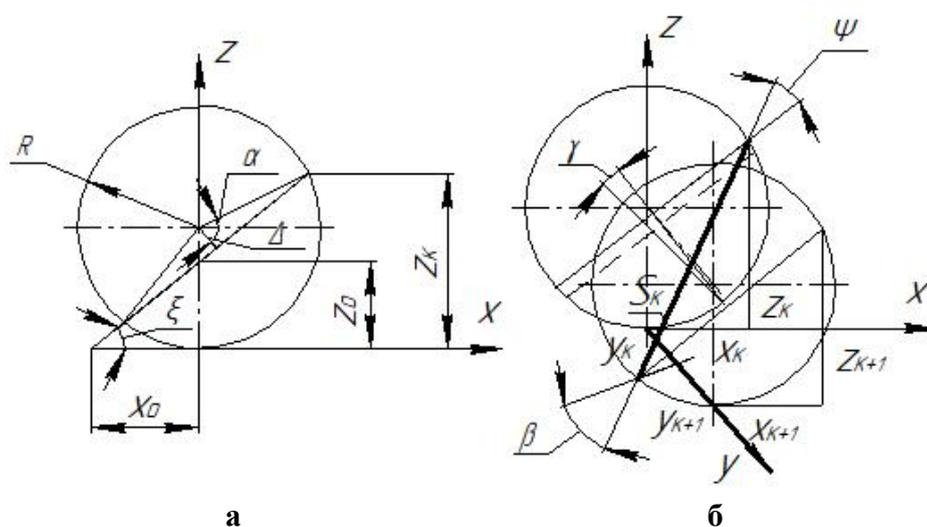


Рисунок 2. Элементы траектории движения сыпучей частицы во вращающемся барабане: **а** — в поперечном сечении барабана; **б** — в пространстве

Figure 2. Elements of the trajectory of a loose particle in a rotating drum. **(a)** in the cross section of the drum. **(b)** in space

Из формулы (5) можно определить центральный угол хорды, по которой плоскость обрушения пересекается с поперечным сечением барабана при $y = y_k$ (y_k — координата k -го сечения) (см. рисунок 2).

Длина этой хорды будет $2R \sin \alpha_k$, а уравнение линии обрушения можно найти из уравнений

$$\begin{cases} x_{k+1} = x_k + a_1 S_k \\ y_{k+1} = y_k + a_2 S_k, \\ z_{k+1} = z_k + a_3 S_k \end{cases} \quad (7)$$

где x_k, y_k, z_k — начальные параметры центра тяжести сыпучих частиц (до обрушения); $x_{k+1}, y_{k+1}, z_{k+1}$ — конечные параметры центра тяжести сыпучей частицы (после обрушения); S_k — длина линии обрушения, лежащей на плоскости обрушения; a_1, a_2, a_3 — проекции вектора \bar{a} на оси X, Y, Z .

Так как проекции вектора \bar{a} на оси X, Y, Z должны удовлетворять условию $a_1^2 + a_2^2 + a_3^2 = 1$, а угол прямой, по которой происходит обрушение, с плоскостью $z = 0$ есть угол β , находим:

$$a_3 = \sin \beta. \quad (8)$$

Ввиду того, что прямая, по которой происходит обрушение, лежит в плоскости обрушения (3), уравнение этой прямой примет вид:

$$a_1 \sqrt{\sin^2 \beta - \sin^2 \gamma} + a_2 \sin \gamma - a_3 \cos \beta = 0. \quad (9)$$

Возведя уравнение (9) в квадрат и подставляя в него значение $a_3 = \sin \beta$, получим:

$$a_1^2 = 1 - a_2^2 - a_3^2 = \cos^2 \beta - a_2^2.$$

Отсюда выведем квадратное уравнение $(\sin \beta \cdot a_2 - \sin \gamma \cdot \cos \beta)^2 = 0$, из которого получим:

$$a_2 = \frac{\sin \gamma \cos \beta}{\sin \beta}. \quad (10)$$

Зная a_3 (8) и a_2 (10) и учитывая условие $a_1^2 + a_2^2 + a_3^2 = 1$, найдём a_1 :

$$a_1 = \frac{\cos \beta}{\sin \beta} \sqrt{\sin^2 \beta - \sin^2 \gamma}. \quad (11)$$

Из рисунка 2 видно, что высота пересечения плоскости обрушения со стенкой барабана в сечении $y = y_k$ равна:

$$z_k = R - R \cos(\alpha_k + \xi); \quad x_k = z_k \cdot \operatorname{ctg} \xi - |x_0|. \quad (12)$$

Зная точку с координатами x_k, z_k на боковой поверхности барабана, из которой начинает перемещаться сыпучая частица по прямой обрушения, можно найти значение параметра S_k (линия обрушения), при котором частица достигнет противоположного края плоскости обрушения. Действительно, если эта точка имеет координаты $x_{k+1} = x_k + a_1 S_k$; $z_{k+1} = z_k + a_3 S_k$, то должно соблюдаться уравнение цилиндра:

$$(x_k + a_1 S_k)^2 + (z_k + a_3 S_k - R)^2 = R^2.$$

Отсюда, подставив соответствующие значения из формул (7) и (10), найдём длину линии обрушения:

$$S_k = - \frac{2 \cdot \sin \beta \left[x_k \cos \beta \sqrt{\sin^2 \beta - \sin^2 \gamma} + (z_k - R) \sin^2 \beta \right]}{1 - \cos^2 \beta \cdot \sin^2 \gamma}. \quad (13)$$

Из формулы (13) видно, что длина линии обрушения зависит от начальных координат центра тяжести частицы, которые определяются степенью заполнения барабана в данном сечении, углом динамического откоса сыпучей среды β и углом наклона плоскости обрушения к оси барабана γ .

За одно обрушение частица перемещается вдоль оси барабана на величину y_{k+1} , в котором степень заполнения будет меньше, в этом случае центр частицы, описав дугу радиусом R , будет иметь уже другие координаты начала обрушения, которые вычисляются по формулам (13).

Таким образом, траектория движения частицы будет иметь вид сложной циклоиды, причём длина линии каждого обрушения будет изменяться в зависимости от степени заполнения барабана. Наибольшая длина линии одного обрушения будет при степени заполнения 0,5 или $2\alpha_k = 180^\circ$. Теоретически частица выйдет из барабана длиной L , когда $\sum_{k=1}^n (y_{k+1} - y_k) = L$, или, подставив известные значения в эту формулу, получим:

$$\frac{\sin \gamma \cdot \cos \beta}{\sin \beta} \cdot \sum_{k=1}^n \frac{2 \sin \beta \left[x_k \cos \beta \sqrt{\sin^2 \beta - \sin^2 \gamma} + (Z_k - R) \sin^2 \beta \right]}{1 - \cos^2 \beta \cdot \sin^2 \gamma} = L. \quad (14)$$

4. Обсуждение и заключение

Движение сыпучих частиц, частично заполнивших объём горизонтально вращающегося барабана, имеет циклический характер, включающий подъём частиц, находящихся в массе сыпучей среды, до плоскости обрушения и скатывания их по плоскости обрушения.

Линия обрушения (скатывания) частиц по плоскости обрушения происходит в зависимости от величин степени заполнения барабана и свойств сыпучей среды, характеризующейся углом динамического откоса. Кроме того, величина смещения частицы сыпучей среды вдоль оси барабана зависит от угла наклона плоскости обрушения или от разницы в заполнении барабана сыпучей средой на входе и на выходе.

Наибольшая линия обрушения или величина перемещения частицы вдоль оси барабана находится при заполнении барабана на 50 % его объёма.

Обеспечение степени заполнения барабана на оптимальную величину (наибольшую величину) возможно при выполнении барабана многосекционным и установке секций каскадно.

Исследование выполнено в рамках научной школы «Инновационные разработки в области лесозаготовительной промышленности и лесного хозяйства».

Список литературы

1. Григорьев И. В., Зорин М. В., Рудов М. Е. Современные способы укрепления временных лесовозных дорог и трелёвочных волоков // Управление земельными ресурсами, землеустройство, кадастр, геодезия и картография. Проблемы и перспективы развития: Сб. материалов Всерос. научно-практич. конф. с междунар. участием, посвящённой 255-летию Землеустройству Якутии и Году науки и технологий. Якутск, 2021. С. 278—285.
2. Григорьев И. В., Мануковский А. Ю., Зорин М. В. Энерго-ресурсосберегающие технологии строительства лесных дорог // Эколого-ресурсосберегающие технологии в науке и технике: Материалы Всерос. научно-технич. конф. Воронеж, 2021. С. 54—59.
3. Моделирование взаимодействия древесных семян с почвой при аэросеве / М. Н. Лысыч, Л. Д. Бухтояров, О. И. Гринько [и др.] // Системы. Методы. Технологии. 2022. № 1 (53). С. 93—98.

4. Григорьева О. И., Никифорова А. И. Разделение семян по размерам // *Дерево.ru*. 2015. № 5. С. 60—64.
5. Григорьева О. И., Никифорова А. И. Транспортировка семян // *Дерево.ru*. 2015. № 6. С. 58—62.
6. Improving the quality of sorting wood chips by scanning and machine vision technology / I. Grigorev, A. Shadrin, S. Katkov [et al.] // *Journal of Forest Science*. 2021. Vol. 67, no. 5. P. 212—218.
7. Григорьев И. В., Шапиро В. Я., Гулько А. Е. Математическая модель групповой окорки лесоматериалов в окорочных барабанах // *Научное обозрение*. 2012. № 4. С. 154—171.
8. Шапиро В. Я., Григорьев И. В., Гулько А. Е. Анализ методов расчёта параметров и обоснование математической модели разрушения коры при групповой окорке древесины // *Учёные записки Петрозаводского государственного университета*. 2011. № 8 (121). С. 92—96.
9. Russian sawmill modernization (a case study). Part 2. Improving the efficiency of wood chipping operations / I. Grigorev, A. Shadrin, S. Katkov [et al.] // *International Wood Products Journal*. 2021. Vol. 12, no. 2. P. 128—134.
10. Григорьев И. В., Гулько А. Е. Совершенствование технологии механической окорки лесоматериалов. Часть 4. Технологические аспекты расчёта параметров процесса окорки // *ЛесПромИнформ*. 2012. № 1 (83). С. 108—110.

References

1. Grigorev I. V., Zorin M. V., Rudov M. E. Modern ways of strengthening the temporary forest roads and skid trails. *Management of land resources, land management, cadastre, geodesy and cartography. Problems and prospects for development. Proceedings of the All-Russian Scientific-Practical Conference with International participation, dedicated to the 255th anniversary of Yakutia's land management and the Year of Science and Technology*. Yakutsk, 2021, pp. 278—285. (In Russ.)
2. Grigorev I. V., Manukovsky A. Yu., Zorin M. V. Energy-resource-saving technologies of forest road construction. *Ecological-resource-saving technologies in science and technology. materials of All-Russian scientific and technical conference*. Voronezh, 2021, pp. 54—59. (In Russ.)
3. Lysych M. N., Bukhtoyarov L. D., Grinko O. I., Grigoreva O. I., Grigorev I. V., Ivanov V. A. Modeling of interaction of tree seeds with soil during aero-seeding. *Systems. Methods. Technologies*, 2022, no. 1 (53), pp. 93—98. (In Russ.)
4. Grigoreva O. I., Nikiforova A. I. Seed separation by size. *Wood.ru*, 2015, no. 5, pp. 60—64. (In Russ.)
5. Grigoreva O. I., Nikiforova A. I. Transportation of seeds. *Wood.ru*, 2015, no. 6, pp. 58—62. (In Russ.)
6. Grigorev I., Shadrin A., Katkov S., Borisov V., Kaznacheeva N., Levushkin D., Druzyanova V., Gnatovskaya I., Diev R., Akinin D. Improving the quality of sorting wood chips by scanning and machine vision technology. *Journal of Forest Science*, 2021, vol. 67, no. 5, pp. 212—218.
7. Grigorev I. V., Shapiro V. Y., Gulko A. E. Mathematical model of group debarking of timber in debarking drums. *Scientific review*, 2012, no. 4, pp. 154—171. (In Russ.)
8. Shapiro V. Y., Grigorev I. V., Gulko A. E. Analysis of calculation methods of parameters and justification of mathematical model of bark destruction at group debarking of wood. *Scientific Notes of Petrozavodsk State University*, 2011, no. 8 (121), pp. 92—96. (In Russ.)
9. Grigorev I., Shadrin A., Katkov S., Borisov V., Gnatovskaya I., Diev R., Kaznacheeva N., Levushkin D., Druzyanova V., Akinin D. Russian sawmill modernization (a case study). Part 2.

Improving the efficiency of wood chipping operations. *International Wood Products Journal*, 2021, vol. 12, no. 2, pp. 128—134.

10. Grigorev I. V., Gulko A. E. Improving the technology of mechanical debarking of timber. Part 4. Technological aspects of calculating the parameters of debarking process. *LesPromInform*, 2012, no. 1 (83), pp. 108—110. (In Russ.)

© Ильюшенко Д. А., Локштанов Б. М., Орлов В. В., Куницкая О. А., Пелюхов Р. В., Швецова В. В., 2022